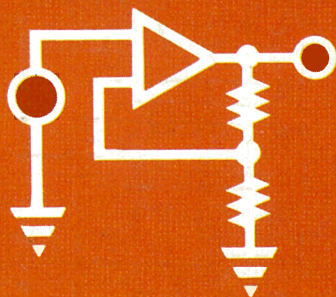
LA PROGETTAZIONE DEI FILTRI ATTIVI

CON ESPERIMENTI

EDIZIONE ITALIANA

HOWARD M. BERLIN

JACKSON ITALIANA EDITRICE

IL GRUPPO DI BLACKSBURG

I circuiti integrati a larga scala o "chips" LSI stanno creando una seconda rivoluzione industriale che ben presto ci coinvolgerà tutti. La velocità degli sviluppi in questo settore è enorme e diviene sempre più difficile stare al passo coi progressi che si stanno compiendo.

E' sempre stato nostro obiettivo, come Gruppo di Blacksburg, creare tempestivamente e concretamente materiali didattici ed aiuti tali da permettere a studenti, ingegneri, tecnici, ecc. di sfruttare le nuove tecnologie per le loro esigenze particolari. Stiamo facendo questo in molti modi, con libri di testo, brevi corsi, articoli mensili di "computer interfacing" e attraverso la creazione di "hardware" didattico.

I membri del nostro gruppo hanno creato la loro sede a Blacksburg, fra le montagna Appalache del sud-ovest Virginia. Mentre era in corso di preparazione attiva la nostra collaborazione di gruppo, i membri si sono occupati di elettronica digitale, minicomputer e microcomputer.

I nostri sforzi in Italia nel campo didattico sono stati:
- Introduzione, avvenuta nel 1976, sul mercato Italiano da parte della Microlem s.p.a. (Milano) della nostra linea di moduli basati sul sistema di breadboarding senza saldature, o moduli OUTBOARDS®, che facilitano la progettazione e la prova dei circuiti digitali rispetto ai sistemi tradizionali.

- Traduzione e pubblicazione da parte della JACKSON ITALIANA EDITRICE s.r.l., iniziata nel 1978, dei BUGBOOKS® e della collana di libri Blacksburg Continuing Education Series® che comprende una ventina di titoli riguardanti: l'elettronica di base, microcomputer, convertitori analogico/digitali e digitali/analogici, software per microcomputer, amplificatori operazionali, filtri attivi, phase-locked loops ecc. In ogni libro, oltre al normale testo, vi sono esempi ed esperimenti condotti col sistema passo-passo. Noi crediamo che la sperimentazione consenta di rafforzare i concetti base. Molti titoli stanno per essere tradotti oltre che in Italiano, anche in Spagnolo, Tedesco, Giapponese e Cinese.

- Organizzazione da parte della Microlem, in collaborazione col Virginia Polytechnic Institute and State University e la MIPRO, inizia nel dicembre 1977, di brevi corsi sull'elettronica digitale, la programmazione e l'interfacciamento dei microcomputer. Per l'intera durata dei corsi i partecipanti utilizzano i moduli OUTBOARDS e il microcomputer MMD-1 per verificare i concetti di elettronica digitale, interfacciamento e programmazione presentati nei Bugbooks V e VI. Gli interessati a questi corsi possono rivolgersi alla segreteria dei "Blacksburg Continuing Courses in Italy" tel. (02) 27 10 465.

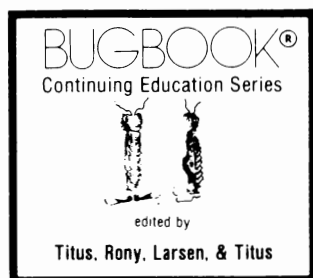
- Pubblicazione da parte della JACKSON ITALIANA EDITRICE, inziata nel 1978, di articoli, denominati Column, su "Microcomputer Interfacing" nella qualificatissima rivista ELETTRONICA OGGI. Questi columns appaiono anche in quattro riviste americane e in altre tre riviste di elettronica delle quali una Australiana, una Svizzera e una Sud Africana, raggiungendo circa 1.500.000 lettori ogni mese.

- Collaborazione con la SGS-ATES, iniziata nel 1978, per la stesura di materiale didattico relativo alla programmazione e all'interfacciamento del microcomputer SGS-ATES single-board Z-80. Oltre a ciò siamo stati in grado di fornire un prodotto integrato: prodotto progettato per un materiale didattico e contemporaneamente materiale didattico progettato per il prodotto.

- Introduzione da parte dei membri del gruppo di Blacksburg di tecniche didattiche che includono l'uso combinato di stazioni sperimentali multipersone, testi per uso di laboratorio e diapositive 35 mm relative ai testi.
Tutto ciò è stato definito, da alcuni insegnanti italiani, come "il nuovo sistema per la didattica italiana".

Mr. David Larsen e il dr. Peter Rony fanno parte della facoltà dei dipartimenti di Chimica e Ingegneria Chimica del Virginia Polytechnic Institute & State University. Mr. Jonathan Titus e il dr. Christopher Titus fanno parte della Tychon Inc. tutti di Blacksburg, Virginia.

LA PROGETTAZIONE DEI FILTRI ATTIVI

CON ESPERIMENTI

di

Howard M. Berlin

Edgewood Arsenal
Aberdeen Proving Ground, Maryland 21010
e
College of Engineering
Università del Delaware
Newark, Delaware 19711

Versione italiana
a cura di

Piero Cerri

JACKSON ITALIANA EDITRICE
Piazzale Massari, 22
20125 Milano

SOMMARIO

CAPITOLO 6 - FILTRI A REAZIONI MULTIPLE DI 2° ORDINE

CAPITOLO 7 - FILTRI DI ORDINE SUPERIORE

CAPITOLO 8 - FILTRI ATTIVI PASSA-BANDA E A REIEZIONE DI BANDA

CAPITOLO 9 - IL FILTRO A VARIABILE DI STATO

PREFAZIONE

Questo libro è stato scritto principalmente per semplificare l'approccio alla progettazione e alla sperimentazione dei filtri attivi. Mi risulta che questo sia il primo libro che tratta la progettazione di filtri attivi affiancando una vasta gamma di esperimenti di laboratorio. Per questa ragione il libro è utile agli sperimentatori ed hobbisti che desiderano apprendere in modo autodidattico i concetti basilari o può servire facilmente come testo supplementare per corsi sulla teoria dei filtri o la progettazione di circuiti integrati lineari.

Sono profondamente convinto che la progettazione dei filtri attivi non sia cosa difficile. Questa opinione è valida nonostante un numero di testi e manuali che sembrano essere fortemente dipendenti da difficili equazioni matematiche e che offrono rari ed occasionali esempi numerici. In questo libro, non vi è richiesto di ricordare e conoscere alla perfezione difficili espressioni matematiche, ma in molti casi è possibile fare affidamento su parecchie tavole e grafici basilari che semplificano la progettazione particolare. Grazie a ciò, voi sarete in grado di progettare e costruire una varietà di filtri attivi tali da soddisfare la maggior parte delle possibili necessità. I filtri presentati in questo libro rappresentano la miglior scelta generale per ogni tipo. Per filtri passa-basso e passa-alto, solo la risposta Butterworth viene discussa, dato che fornisce la migliore soluzione fra le risposte in banda passante e reiezione di banda oltre ad essere facilmente comprensibile. Inoltre, ritengo che l'accostamento pratico fornito in questo libro è più vantaggioso di quello teorico per la maggior parte delle persone, ed elimina alcune "magie nere" che hanno circondato il progetto dei filtri attivi.

E' stato fatto un notevole sforzo per minimizzare l'uso di equazioni matematiche, fornendo solo le relazioni essenziali. Tuttavia, la derivazione delle maggiori equazioni ed i criteri di progettazione, vengono presentati in Appendice.

Il libro fa parte della Serie Applicazioni Bugbooks. Se avete operato con gli altri Bugbooks®, troverete che questo libro è similare, e conserva la formula editoriale che si è dimostrato di grande successo. Desidererei menzionare altri due libri della Serie Applicazioni Bugbooks. Uno è un libro che riguarda gli amplificatori operazionali e l'altro è relativo all'uso dei circuiti integrati CMOS che costituisce un supplemento agli ormai famosi Bugbook I e II. Come in tutti i Bugbook e i testi della Serie Applicazioni, anche in questo libro troverete una serie di utili esperimenti di laboratorio per illustrare e rafforzare i concetti più importanti.

Desidero ringraziare gli autori dei popolari Bugbooks: David G. Larsen, Peter R. Rony e Jon Titus per il loro incoraggiamento e aiuto. Ringrazio anche Chris Titus della Tychon Inc. per i suggerimenti tecnici e la E & L Instruments Inc., per la collaborazione e il sostegno datomi.
Desidero infine ringraziare mia moglie July per la sua pazienza e comprensione.

Aprile 1979

Howard M. Berlin
Wilmington, Delaware

QUESTO LIBRO E' DEDICATO ALLA MEMORIA DI MIA MADRE E DI MIO ZIO

Le informazioni contenute in questo libro sono state scrupolosamente controllate.
Tuttavia, non si assumono responsabilità per eventuali imprecisioni. Tali informazioni, inoltre, non danno diritto alla fabbricazione di dispositivi a semiconduttori costruiti dalla E & L Instruments Inc. o da altri. La E & L Instruments Inc. si riserva i diritti di modificare le specifiche in qualsiasi momento senza preavviso.

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

Questo libro tratta la progettazione e la sperimentazione dei filtri attivi. E' il primo testo che integra il progetto dei filtri attivi con un numero adeguato di problemi e sperimentazioni. Come in molti campi, anche in questo, si impara realmente unendo la teoria alla pratica attraverso l'effettuazione di esperimenti. In pratica, l'approccio sperimentale è la chiave per capire i filtri attivi.

CHE COSA E' UN FILTRO?

"Un filtro è un dispositivo o un elemento che consente il passaggio di correnti elettriche a frequenze o campi di frequenza determinati, mentre blocca il passaggio delle altre correnti a frequenze diverse. (Webster)

Definiamo come *filtro attivo* un dispositivo composto da una rete di resistori e condensatori inserita su di un dispositivo allo stato solido, di solito un amplificatore operazionale. D'altra parte, i *filtri passivi* sono composti soltanto da reti di induttanze, condensatori e resistori. Questo libro tratta solo dei filtri attivi, delle loro caratteristiche e del loro dimensionamento.

Un filtro attivo offre i seguenti vantaggi:

- *Nessuna perdita di inserzione* - Dal momento che l'amplificatore operazionale è in grado di fornire un guadagno, il segnale di ingresso non verrà attenuato mentre il filtro trasferirà quelle frequenze che interessano.

- *Costo* - I filtri attivi, mediamente, costano molto meno dei filtri passivi. Questo perchè le induttanze sono costose e non sono sempre reperibili facilmente.

- *Sintonizzazione* - I filtri attivi sono facilmente sintonizzabili, o regolabili, entro un certo campo di frequenza, senza alterare la risposta desiderata.

- *Disaccoppiamento* - Come conseguenza dell'impiego degli amplificatori operazionali, i filtri attivi hanno un'alta impedenza di ingresso e una bassa impedenza di uscita, garantendo virtualmente l'assenza di interferenze tra il filtro, la sorgente e il carico.

Gli svantaggi e le limitazioni nell'uso dei filtri attivi sono:

- *Risposta in frequenza* - Dipendente dal tipo di amplificatore

Questo aspetto sarà sottolineato più avanti.

- *Alimentazione* - Diversamente dai filtri passivi i filtri attivi richiedono una qualche forma di alimentazione per gli amplificatori operazionali.

Nei capitoli seguenti studieremo i filtri passa-basso, passa-alto, passa-banda e i filtri a reiezione di banda (notch filter). In aggiunta, verranno analizzati i diversi circuiti realizzabili per ciascun tipo di filtro.

IL SISTEMA BREADBOARDING

Scopo

Lo scopo del sistema breadboarding usato in questo testo è di darvi un'esperienza pratica nel montaggio e collaudo dei filtri attivi.

Breadboard

La piastra di prova (breadboard) è progettata per allestire i diversi esperimenti che saranno eseguiti in questo e nei capitoli seguenti. La Fig. 1-1, mostra la piastra vista dall'alto. Questa piastra è il modello SK-10 della E & L Instruments, (per l'Italia Microlem Spa - Milano), sulla quale si potranno collegare i vari resistori, condensatori e amplificatori operazionali necessari.

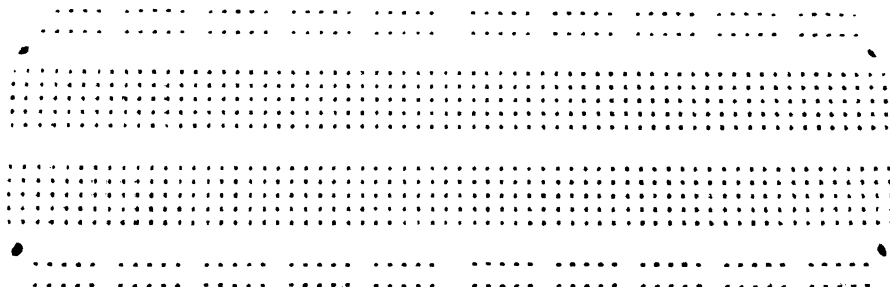



Figura 1-1

L'Outboard Generatore di Segnali LR-31

L'Outboard Generatore di Segnali LR-31 contiene un circuito integrato, generatore di funzioni in grado di generare forme d'onda sinusoidali, quadre e triangolari di frequenza variabile mediante una sola regolazione. L'LR-31 è alimentato con una tensione esterna bipolare, variabile da ± 6 Vc.c. a ± 12 Vc.c. Per comodità consigliamo di utilizzare due batterie a secco ad elevata capacità (± 6 Vc.c.). L'LR-31 è indicato in Fig. 1-2

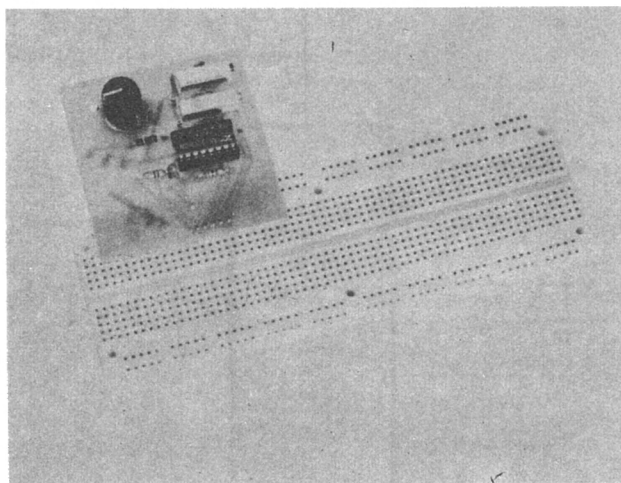



Figura 1-2

Il campo di frequenza dell'LR-31 è determinato dall'inserzione di un appropriato condensatore - nei due pin contrassegnati dalla lettera "C" sulla piastra dell'Outboard - seguendo la seguente tabella:

Campo di Frequenza	Condensatore
0,5 ÷ 1000 Hz	1 μF
5 ÷ 10 kHz	0,1 μF
50 Hz ÷ 100 kHz	0,01 μF
500 Hz ÷ 1 MHz	0,001 μF

Come mostrato in Fig. 1-3, l'LR-31 usa un circuito integrato generatore di funzioni, prodotto dalla EXAR Integrated System Inc., economico e facilmente reperibile.

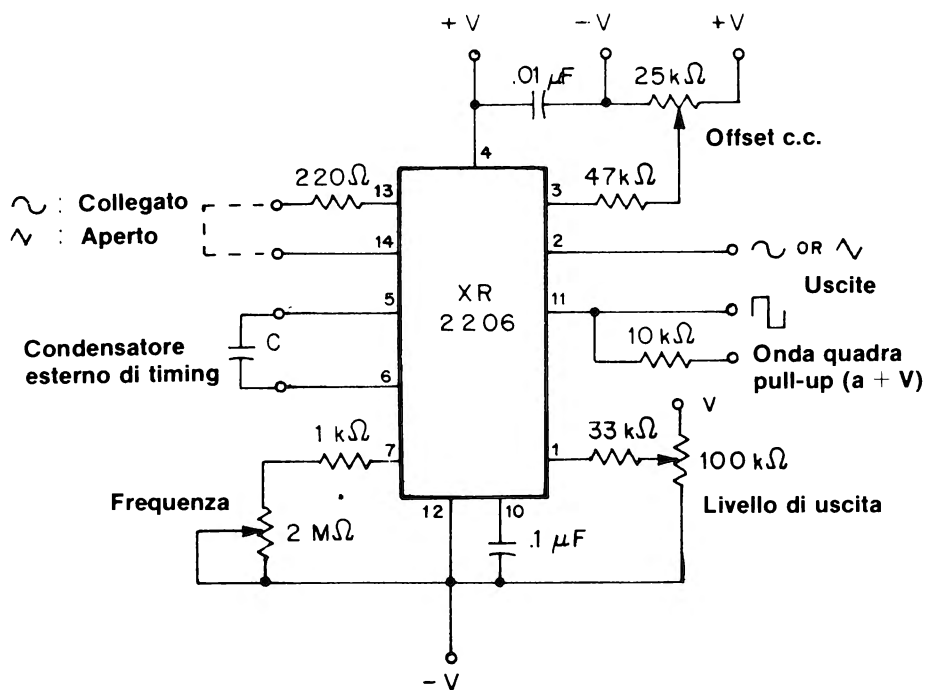



Figura 1-3

REGOLE PER ESEGUIRE GLI ESPERIMENTI

Per tutta la durata di questo libro verranno allestiti vari circuìti usando l'LR-31 e la piastra SK-10 oppure qualche altro metodo a vostra scelta. Se avete già avuto esperienza con i Bugbooks* queste regole vi saranno familiari. Prima di iniziare una qualsiasi prova, si raccomanda di rispettare i seguenti punti:

1. Pianificare l'esperimento in anticipo. Stabilire quali tipi di risultati vi aspettate di ottenere.

2. Togliere *tutte* le alimentazioni dalla piastra.

3. Ripulire la piastra da tutti i collegamenti e i componenti degli esperimenti precedenti, a meno che non si consigli diversamente.

4. Controllare il circuito collegato con lo schema per essere sicuri dell'esattezza.

5. Eseguite le operazioni precedenti è possibile alimentare la piastra.

6. Ad esperimento terminato, assicurarsi che l'alimentazione alla piastra sia tolta *prima* che la stessa venga ripulita dai collegamenti e dai componenti.

COME SONO PRESENTATI GLI ESPERIMENTI

Le istruzioni per ciascun esperimento sono presentate nel modo seguente:

---

* I "Bugbooks" che usano questo metodo sperimentale includono:

1. D.G. Larsen e P.R. Rony. - *Il Bugbook I e II-Esperimenti su circuiti logici di memoria utilizzanti circuiti integrati TTL.*

2. P.R. Rony D.G. Larsen e J.A. Titus. - *Il Bugbook III - Interfacciamento del microprocessore 8080A.*

3. H.M. Berlin. - *Il Timer 555 - Funzionamento, applicazioni ed esperimenti.*

4. D.G. Larsen, P.R. Rony e J.A. Titus. - *Il Bugbook V e VI - Esperimenti introduttivi all'elettronica digitale, alla programmazione e all'interfacciamento del microcomputer 8080A.*

5. Tutti questi libri sono editi nella versione italiana dalla Jackson Italiana Editrice - Piazzale Massari, 22 - 20125 Milano presso la quale sono disponibili altri libri della collana Bugbooks fra i quali il *Bugbook VII, Esperimenti con amplificatori operazionali, Corso base di elettronica, Concetti di comunicazione dati; Il manuale del progettista C-MOS, ecc.*

Scopo

Nel testo presentato sotto questa dicitura viene stabilito quale è lo scopo dell'esperimento da eseguire. E' bene avere chiaro questo obiettivo, mentre si esegue l'esperimento.

Schema del circuito

Sotto questa dicitura è presentato lo schema completo del circuito da collegare nell'esperimento. E' necessario analizzare questo schema, sforzandosi di capire il circuito *prima* di procedere oltre.

Formule di progetto

Sotto questa dicitura è presentato un riassunto delle equazioni di progetto usate per dimensionare il circuito.

Passi

Una serie di passi forniscono le istruzioni per eseguire le varie fasi dell'esperimento. In diversi punti di questa sezione sono anche incluse domande. Tutte le operazioni matematiche sono facilmente eseguibili sulla maggior parte dei calcolatori tascabili.

NOTE E SUGGERIMENTI UTILI

Attrezzi

Per tutti gli esperimenti indicati in questo libro sono necessari solo tre attrezzi:

1. Una coppia di pinzette a becchi lunghi
2. Un tronchesino/spelafili
3. Un piccolo cacciavite

Le pinzette sono usate per:

- Raddrizzare eventuali fili per il collegamento di circuiti sulla piastra.
- Piegare i terminali dei resistori e dei condensatori nella posizione corretta in modo che si possano facilmente inserire nella piastra.

Il tronchesino/spelafili è usato per tagliare i fili di collegamento e per togliere circa 1 cm di isolamento da ciascun terminale.

Il cacciavite è usato per aggiustare l'OFFSET IN CONTINUA e il LIVELLO DI USCITA dell'OUTBOARD Generatore di Segnali LR-31 come indicato negli esperimenti.

Filo

Usare solo filo rigido isolato da # 22, # 24, #26 (non flessibile).

Breadboarding

- Non inserire fili o terminali di componenti troppo larghi o nei terminali della piastra.
- Non inserire fili piegati nei terminali della piastra. I fili devono essere raddrizzati con le pinzette prima di essere inseriti.
- Cercare di mantenere una disposizione ordinata dei componenti e dei fili di collegamento tenendo le connessioni più brevi possibili.

Componenti e altri strumenti

Per gli esperimenti, è necessaria una varietà di resistori fissi e di condensatori. Coloro che lavorano regolarmente con circuiti elettronici, dispongono certamente di gran parte dei componenti necessari. Gli altri possono rivolgersi a qualsiasi rivenditore di materiale elettronico (es. Organizzazione GBC)

Resistori			Condensatori
1 kΩ - 1	10 kΩ - 7	100 kΩ - 1	0,001 μF - 1
1,5 kΩ - 3	15 kΩ - 1	180 kΩ - 2	0,0047 μF - 4
2,2 kΩ - 1	18 kΩ - 1	220 kΩ - 2	0,01 μF - 4
2,7 kΩ - 2	22 kΩ - 1	270 kΩ - 1	0,022 μF - 2
3 kΩ - 1	27 kΩ - 2	680 kΩ - 1	0,033 μF - 3
3,3 kΩ - 2	33 kΩ - 4		0,047 μF - 2
4,7 kΩ - 3	39 kΩ - 1		0,1 μF - 2
5,6 kΩ - 2	47 kΩ - 2		
6,8 kΩ - 7	56 kΩ - 2		
8,2 kΩ - 4	68 kΩ - 2		

- *Oscilloscopio* - Si userà un comune oscilloscopio. Può andare bene un modello a traccia singola, ma si preferisce un'unità a doppia traccia, poichè sarà utile per un rapido confronto tra i segnali di ingresso e di uscita.

- *Generatore di funzioni* - Va benissimo un comune generatore di funzioni. Ce ne sono che hanno uscite triangolari, sinusoidali e quadre.
  Se si dispone solo di un generatore di segnali audio si potranno fare solo pochi esperimenti. In alternativa, è possibile usare l'Outboard Generatore di Segnali LR-31 o costruirselo in proprio usando il circuito di Fig. 1-3.

- *Calcolatore tascabile* - Non è indispensabile, ma si raccomanda vivamente di usarne uno. I calcoli possono essere eseguiti con un semplice calcolatore a 4 funzioni.

Amplificatori operazionali

Dato che esistono molti tipi di amplificatori operazionali, negli esperimenti si consiglia l'utilizzazione dei tipi a "basso costo", noti alla maggior parte degli hobbisti e dei tecnici.

Per le prove, *utilizzare solo amplificatori operazionali in versioni dual in-line che sono i soli impiegabili con la piastra SK-10.* Questi dispositivi sono in apparenza simili ai chip TTL e C-MOS a 16 e 14 pin.

- L'amplificatore operazionale 741 è un dispositivo per impieghi generali di buone caratteristiche costruito da diverse Case. E' forse uno degli amplificatori operazionali singoli più frequentemente usati, è economico e facilmente reperibile. Sebbene il 741 venga fornito in diversi contenitori, l'8 pin (mini-DIP), è la versione preferita nei filtri attivi. La configurazione dei pin di questa versione è indicata in Fig. 1-4.

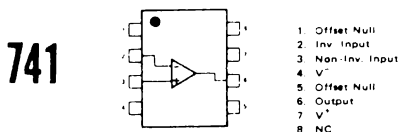



Figura 1-4

- L'amplificatore operazionale doppio 558 - (Questo dispositivo è commercializzato anche con le sigle 5558, 1458 e 1558).
  E' formato da una coppia di amplificatori indipendenti di ottime prestazioni in un singolo contenitore 8 pin mini-DIP. Ha un costo contenuto, anche se naturalmente superiore al tipo 741, ed è facilmente reperibile. Questo dispositivo diminuisce l'ingombro quando sono richiesti due o più amplificatori (Fig. 1-5).

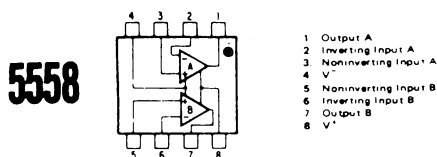



Figura 1-5

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

Gli esperimenti di questo capitolo servono a dimostrare, con un oscilloscopio, il funzionamento e l'uso dell'Outboard Generatore di Segnali LR-31. Se non lo avete già fatto, rileggete la sezione precedente "Regole per Eseguire gli Esperimenti". Se usate generatori diversi dall'LR 31, potete tralasciare questi esperimenti. Comunque sarà utile anche la semplice lettura. La Fig. 1-6 indica il tipo di attrezzatura necessaria per condurre gli esperimenti di questo libro.

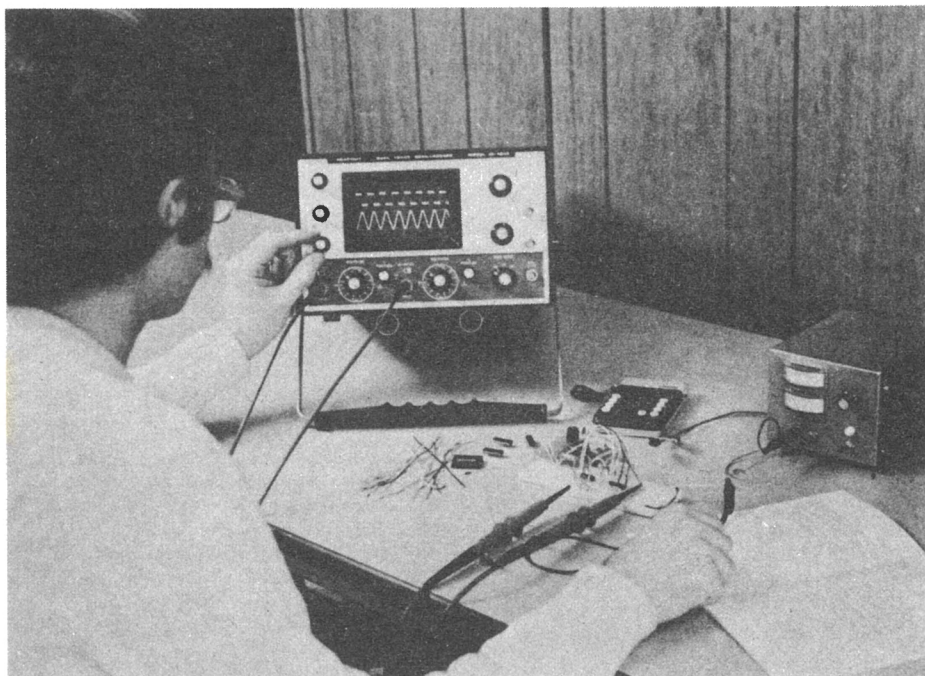



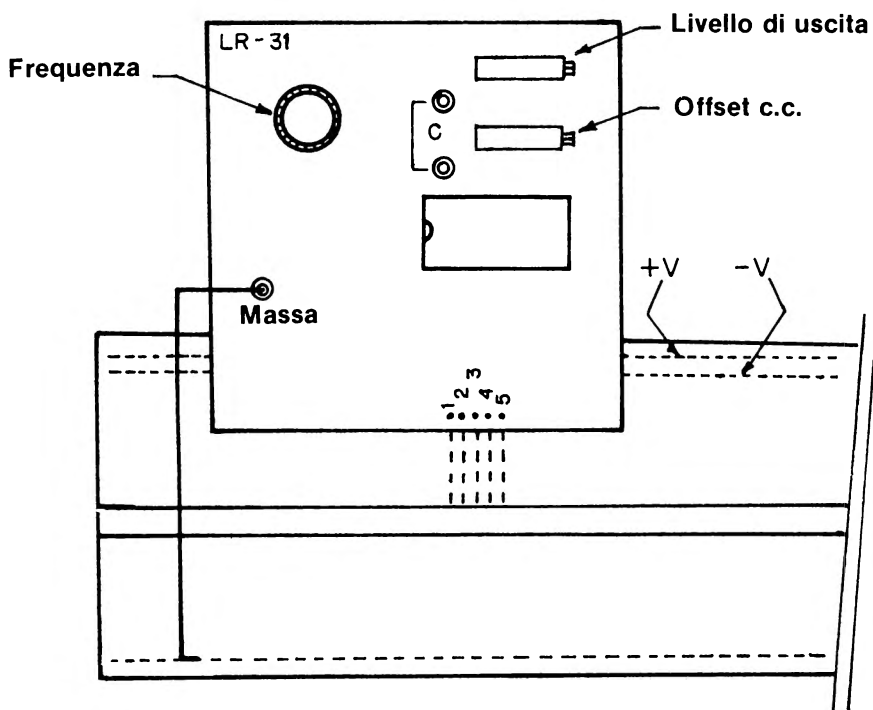
Figura 1-6

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento mostra l'uso dell'LR-31 mediante un oscilloscopio.

Passo 1

Guardare attentamente il lato componenti dell'LR-31 montato su di un bordo dell'SK-10 come indicato sotto. Si nota la presenza di due trimmer potenziometrici o potenziometri multi-giri. Uno serve ad aggiustare l'Offset in Continua, mentre l'altro per regolare il Livello in Uscita. Inoltre, un altro potenziometro (a un solo giro) è usato per regolare la frequenza.

Passo 2

Inserire un condensatore da 0,1 μF nei due pin "C" dell'LR-31. Poi collegare le due coppie di prese a coccodrillo a due batterie da torcia o a qualsiasi altra alimentazione bipolare tra ± 6 e ± 12 V, *con una coppia di terminali rossi/neri, per ciascuna batteria.*

Passo 3

Collegare il morsetto di *massa* dell'oscilloscopio al terminale di *massa* dell'LR-31. Inserire l'oscilloscopio sull'*accoppiamento in alternata,* sensibilità verticale di 0,5 V/divisione (0,5 V/cm) su una base tempi di 1 ms/divisione (1ms/cm).

Passo 4

Inserire ora un cavallotto tra i terminali 3 o 4 dell'LR-31, portando questa connessione sulla piastra SK-10. Inoltre con un filo corto, collegare la sonda dell'oscilloscopio al terminale "5", questo collegamento deve essere anche portato sull'SK-10. A questo punto si deve vedere una sinusoide sullo schermo. In caso contrario verificare se le connessioni sono esatte.

Passo 5

A questo punto, variare il potenziometro dalla *Frequenza in senso orario.* La frequenza della sinusoide aumenterà. Girando la manopola in senso antiorario la frequenza diminuisce.

Passo 6

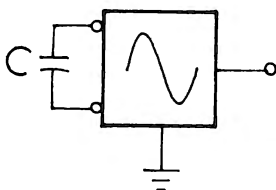
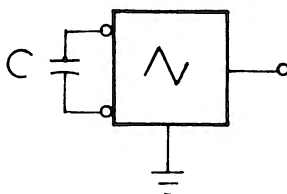
Con un piccolo cacciavite, girare il trimmer del *Livello di uscita* di pochi giri in ciascuna direzione. Dovrete osservare che *l'ampiezza picco-picco* della sinusoide, aumenta o diminuisce.

Passo 7

Predisporre l'oscilloscopio con *l'accoppiamento in continua.* Variare il trimmer dell'Offset DC di pochi giri in entrambe le direzioni con un piccolo cacciavite. Dovrete osservare che la forma d'onda si sposta verso l'alto o verso il basso quando si cambia l'offset in continua. Per tutti gli altri esperimenti, predisporremo l'oscilloscopio con l'accopiamento in AC.

Passo 8

Riportare (ancora) l'oscilloscopio su AC. Mentre si osserva lo schermo dello oscilloscopio togliere il collegamento tra i terminali 3 e 4 della piastra SK-10. Sullo strumento comparirà una forma d'onda triangolare invece di una sinusoide. *Di conseguenza, se si collegano i terminali 3 e 4, al terminale 5 si ottiene una sinusoide. Se non c'è connessione, una forma d'onda triangolare.*

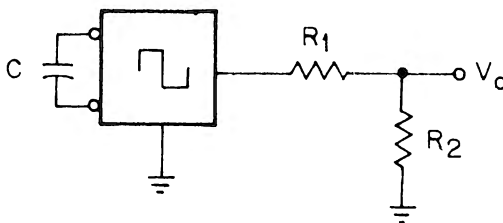
La forma d'onda triangolare e sinusoidale è regolabile con i potenziometri FREQUENZA, ACCOPPIAMENTO IN CONTINUA e LIVELLO DI USCITA. Quando si usa la forma d'onda sinusoidale il generatore sarà contrassegnato con il seguente simbolo, riportando eventualmente il collegamento tra i terminali 3 e 4.

Il condensatore C, è un condensatore esterno inserito nei terminali dell'LR-31 anch'essi contrassegnati con la lettera C. Il seguente simbolo sarà utilizzato per la forma d'onda triangolare.

Passo 9

Inserire un collegamento tra il terminale 1 e la tensione di alimentazione positiva sull'SK-10, (la fila di pin più esterna come si vede dalla fig. di pagina 1-11). Portare ora il filo del terminale 5 al terminale 2, come eseguito sull'SK-10. Si deve con la sensibilità dell'ingresso fissata a 2 volt/divisione, vedere sullo schermo dell'oscilloscopio un'onda quadra.

Passo 10

Variare il controllo di Frequenza in entrambe le direzioni. Anche la frequenza dell'onda quadra è controllata da questo potenziometro allo stesso modo della sinusoide o dell'onda triangolare. *In questo caso i potenziometri dell'Offset AC e del Livello di uscita non hanno alcun effetto sul segnale di uscita ad onda quadra. L'uscita varierà tra il potenziale di massa e* + Vc.c. Se sono state usate batterie da 6V, per alimentare l'LR-31, la tensione picco-picco dell'onda quadra sarà fissata a 6V. La forma d'onda triangolare e sinusoidale può essere aggiustata mediante i potenziometri Frequenza, AC offset, Livello di Uscita. Quando è usato con 5 Vc.c., l'LR-31 fornisce segnali compatibili con i TTL.

Passo 11

Al fine di ridurre l'ampiezza del segnale ad onda quadra, si usano resistori esterni, connessi a *partitore di tensione* sull'SK-10; ciò è indicato schematicamente nella figura seguente:

La tensione di uscita in funzione di questi due resistori è:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_i$$

Se per esempio, si usano batterie a 6 Vc.c. con R_1 = 100 k Ω e R_2 1 k Ω l'onda quadra ha una tensione di uscita picco picco:

$$V_o = \frac{1}{100 + 1} (6 \text{ V})$$

$$= 0{,}059 \text{ V}$$

ESPERIMENTO N.2

Scopo

Questo esperimento determina la frequenza di uscita dell'LR-31

Passo 1

Inserire un condensatore da 0,1 μF nei terminali "C" dell'LR-31. Collegare l'alimentazione alla piastra con il probe dell'oscilloscopio agganciato con un filo al terminale dell'uscita sinusoidale sull'SK-10 (terminale 5).

Passo 2

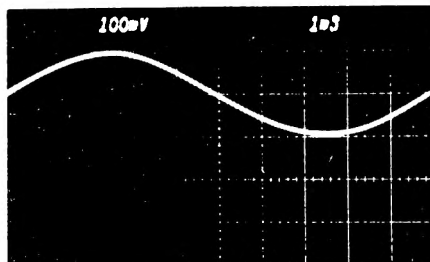
Fissare sull'oscilloscopio le seguenti predisposizioni:

- Canale 1 = 100 mV/div.
- Base dei tempi = 1 ms/div.
- Accoppiamento in AC

Passo 3

Inserire un filo tra i terminali 3 e 4 sull'SK-10 così che ci sia in uscita un segnale sinusoidale. Ora aggiustare accuratamente il controllo del livello di uscita a 200 mV/pp (2 divisioni verticali).

Passo 4

A questo punto aggiustare accuratamente il potenziometro della frequenza in modo da occupare con un ciclo completo lo schermo dell'oscilloscopio (1 ciclo completo/10 div. orizzontali) come indicato nella figura seguente.
Qual'è la frequenza di uscita?

La risposta dovrà essere 100 Hz. Poichè il ciclo totale è 10 divisori, il periodo è:

$$T = (10 \text{ div.})\ (1 \text{ ms/divisione})$$
$$= 10 \text{ ms}$$

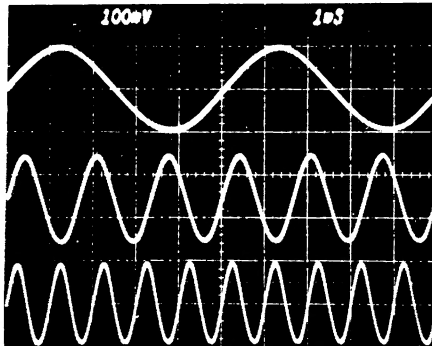
Quindi la frequenza di uscita è:

$$F = \frac{1}{T}$$

$$= \frac{1}{10 \text{ ms}}$$

$$100 \text{ Hz}$$

Passo 5

Regolare la frequenza in modo che ci siano *esattamente* 2, 6 e 10 cicli completi rispetto alle dieci divisioni orizzontali dello schermo dello strumento come indicato nella figura seguente. Questo corrisponde rispettivamente alle frequenze di 200 Hz, 600 Hz e 1 kHz.

Passo 6

A questo punto, senza toccare il controllo della Frequenza, cambiare la scala dei tempi dell'oscilloscopio a 0,1 ms/divisione. Quanti cicli vedete ora sullo schermo dello strumento?

Vedete esattamente 1 ciclo, quindi la frquenza è ora di 1 kHz. Per gli esperimenti di questo libro, useremo frequenze da 100 Hz a 10 kHz con un condensatore da 0,1 μF inserito tra i pin C dell'LR-31.

Poichè sull'LR-31 non è disponibile una manopola calibrata, la frequenza sarà fissata mediante il conteggio del n° di cicli per 10 divisioni orizzontali o il rapporto 1/T dove a T è il periodo del segnale, (passo 4). Come si vedrà, questi due metodi sono più che sufficienti per le nostre necessità. Le differenze da noi riscontrate furono inferiori al 2% confrontando i valori misurati con un frequenzimetro da 1000 $ tarato esattamente.

CAPITOLO 2

L'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

INTRODUZIONE

L'amplificatore operazionale o op-amp è il blocco costitutivo fondamentale di tutti i filtri attivi attualmente in uso. Per questa ragione il nostro studio comincerà prima con l'apprendere alcuni concetti fondamentali sugli op-amp.

OBIETTIVI

Alla fine di questo capitolo, sarete in grado di fornire spiegazioni su:

- La differenza nell'impiego degli ingressi invertenti e non invertenti.
- Progettare e realizzare i seguenti circuiti amplificatori:
  - Amplificatore invertitore
  - Amplificatore non invertente
  - Voltage follower (inseguitore di tensione)
  - Amplificatore sommatore
  - Integratore
- Individuare i limiti degli op-amp (frequenza, banda passante)

In questo capitolo ci interesseremo soprattutto al come usare l'amplificatore operazionale, concentrandoci solo su pochi principi ed equazioni di progetto basilari. Una discussione approfondita sugli amplificatori op. è al di fuori dello scopo di questo libro; i seguenti riferimenti potranno eventualmente colmare queste lacune:

1. *Esperimenti con gli Amplificatori Operazionali* - Jackson Editrice - Milano 1979
2. *The I.C. Op-amp Cook book* - Howard W. Sams Company, Inc. Indianapolis 1974
3. *Operational Amplifier: Design and applications* - Mc Graw - Hill - New York 1971

FONDAMENTI DEGLI AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Il termine "amplificatore operazionale" ha origine nel campo dei calcolatori analogici dove questi tipi di amplificatori erano usati per eseguire operazioni matematiche fondamentali come l'addizione, la sottrazione e l'integrazione.

Sebbene ora gli amplificatori operazionali siano usati in un gran numero di applicazioni, tale termine è rimasto nell'uso comune.

L'amplificatore operazionale è principalmente un amplificatore differenziale, in continua ad elevato guadagno di tensione e avente caratteristiche ideali di:

- Banda di frequenza amplificabile infinita (BW = ∞)
- Impedenza di ingresso molto elevata (Zi = ∞)
- Impedenza di uscita zero (Zo = 0)
- Guadagno ad anello aperto infinito (G = ∞)

Come indicato in figura 2-1 (a), l'op-amp ha un ingresso *non invertente,* o ingresso +, un ingresso *invertente* o ingresso —, e una singola uscita. Oltre a questo, l'amplificatore è normalmente alimentato da

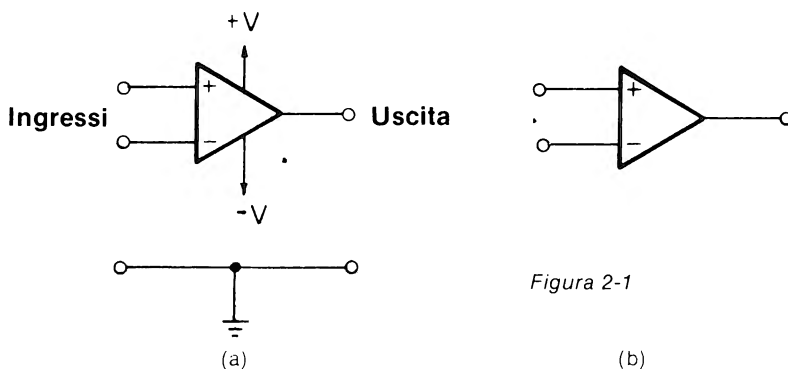



Figura 2-1

una sorgente a due polarità variabile da ± 5 a ± 15V. Questo vuol dire, un'alimentazione da + 5 ÷ + 15 V *rispetto alla massa* e un'altra alimentazione da —5 ÷ —15 V anch'essa *rispetto alla massa.* Ciò nonostante, l'op-amp può essere polarizzato per lavorare con una sola tensione positiva; questi metodi non saranno discussi. Un semplice alimentatore doppio, che potrete usare nei vostri esperimenti, è indicato in figura 2-2 ed è ottenuto usando un paio di batterie da 6V, tipo torcia.

In tutti i circuiti che seguiranno, sarà implicito che *l'op-amp è collegato ad una alimentazione bipolare, sebbene questa connessione non sia specificatamente indicata nello schema,* come indicato in fig. 2-1 (b).

Come già detto, in precedenza, l'op-amp ha due ingressi. La differenza funzionale tra questi due ingressi può essere spiegata come segue:

- Se un segnale è applicato all'ingresso *non invertente* (+) di un op-amp, l'uscita sarà *in fase* con l'ingresso.

Questo vuol dire che quando il segnale di ingresso è *positivo* è anche positiva l'uscita come indicato in fig. 2-3.

- Se un segnale è applicato all'ingresso *invertente* (—) di un op-amp, l'uscita sarà *sfasata di 180°* o di mezzo ciclo. Questo vuol dire che quando il segnale di ingresso è positivo l'uscita è *negativa* o *invertita rispetto all'ingresso* come indicato in fig. 2-4.

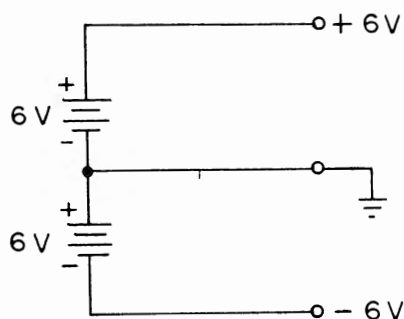



Figura 2-2

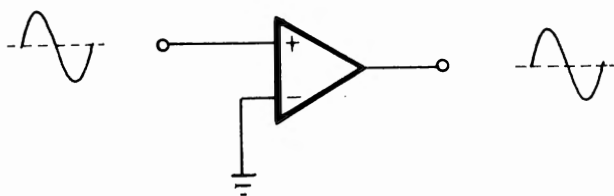



Figura 2-3

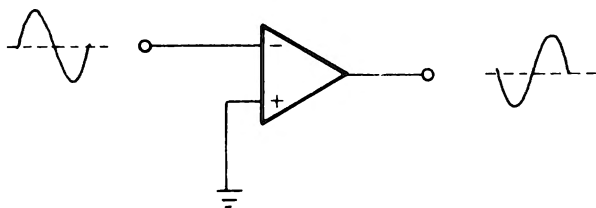



Figura 2-4

Come vedremo in questo capitolo, i circuiti degli op-amp, adoperati nei filtri attivi, usano sempre qualche forma di reazione esterna riportando una parte del segnale di uscita all'ingresso stabilizzando quindi le caratteristiche degli op-amp e semplificando le equazioni di progetto.

L'AMPLIFICATORE INVERTITORE

L'op-amp è collegato come un amplificatore invertente usando il circuito di fig. 2-5. R_A viene denominato *bipolo di ingresso* e R_B *bipolo di reazione. Per questo circuito ambedue gli elementi sono resistori. Il segnale d'ingresso è applicato all'ingresso invertente,* attraverso R_A e l'ingresso non invertente è collegato a massa. R_B permette a una frazione della tensione di uscita (V_o) di essere reazionata all'ingresso invertente. In termini di R_A e R_B, la tensione di uscita 1:

$$V_o = -\frac{R_B}{R_A} V_i \qquad (2\text{-}1)$$

Di conseguenza, *il guadagno in tensione o il rapporto tra tensione di uscita e di ingresso* è

$$\text{Guadagno in tensione} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_B}{R_A} \qquad (2\text{-}2)$$

e dipende solo *dal rapporto tra il resistore di reazione* (R_B) *e il resistore di ingresso* (R_A).

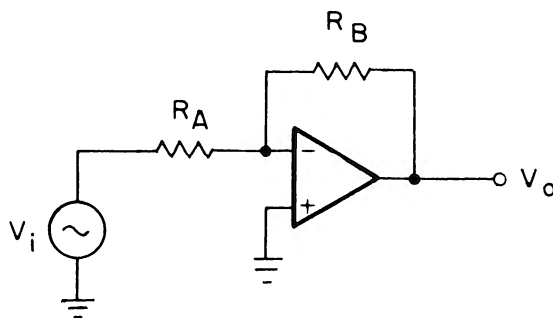



Figura 2-5

Di conseguenza, il guadagno tensione può essere sia minore di 1, che uguale a 1 o maggiore di 1. Tipicamente in R_A è almeno di 1 kΩ quindi l'impedenza di ingresso di un circuito amplificatore invertitore è uguale a R_A.

L'AMPLIFICATORE NON INVERTENTE

L'Op-amp è connesso come amplificatore non invertente, usando il circuito di fig. 2-6. Il segnale di ingresso è applicato direttamente all'ingresso non invertente mentre il resistore di ingresso (R_A) è collegato a massa. In termini di R_A e R_B, la tensione di uscita è:

$$V_o = \left\{ 1 + \frac{R_B}{R_A} \right\} V_i \qquad (2\text{-}3)$$

cosicchè il guadagno di tensione è

$$\text{Guadagno in tensione} = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_B}{R_A} \qquad (2\text{-}4)$$

Si noterà che, diversamente dall'amplificatore invertitore, il guadagno in tensione *sarà sempre maggiore di 1,* $GV \geqslant 1$.

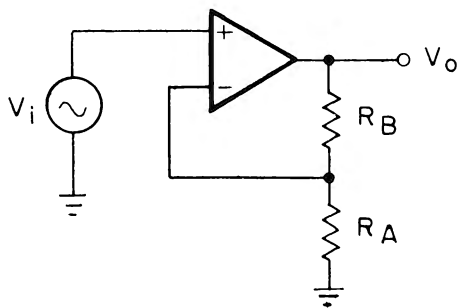



Figura 2-6

IL "VOLTAGE FOLLOWER"

Il voltage follower, indicato in fig. 2-7, è qualche volta denominato *buffer* ed ha la stessa funzione di un emitter follower. Ha perciò un'impedenza di uscita molto alta (⩾ 100 kΩ) e un'impedenza di uscita molto bassa (⩾ 75 Ω). Il voltage follower è simile all'amplificatore invertitore ad eccezione dei resistori di ingresso e di reazione

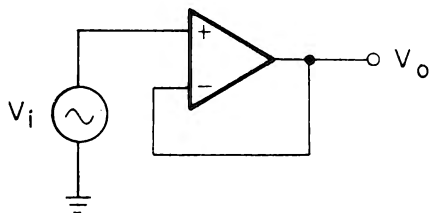



Figura 2-7

che sono uguali a zero; in questa configurazione il guadagno di tensione è sempre uguale a 1. Il segnale di uscita è identico al segnale di ingresso o l'uscita *segue* l'ingresso.
La sua funzione principale è di *bufferizzare o isolare* il carico (l'uscita) dalla sorgente (l'ingresso).

L'AMPLIFICATORE SOMMATORE

E' possibile sommare due o più segnali dipendenti usando il circuito dell'amplificatore sommatore di figura 2-8. Questo circuito è simile all'amplificatore invertente ad eccetto che ora abbiamo due ingressi V_1 e V_2. Il guadagno per ciascun ingresso è determinato dal rapporto tra il resistore di reazione R_B e il corrispondente resistore di ingresso.

$$\text{Guadagno in tensione}_1 = \frac{V_o}{V_1} = -\frac{R_B}{R_1}$$ (Guadagno di tensione all'ingresso A) (2-5)

$$\text{Guadagno in tensione}_2 = \frac{V_o}{V_2} = -\frac{R_B}{R_2}$$ (Gudagagno di tensione all'ingresso 2) (2-6)

la tensione di uscita risulta risultante è:

$$V_o = -\left\{ \frac{R_B}{R_1} V_1 + \frac{R_B}{R_2} V_2 \right\} \qquad (2\text{-}7)$$

Come con il circuito di figura 2-5, l'impedenza (Zi) di ciascun ingresso è semplicemente il

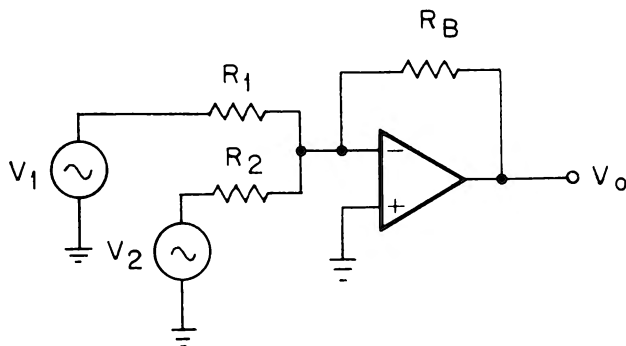



Figura 2-8

valore dei corrispondenti resistori di ingresso.

Un circuito più utile, che sarà usato in un capitolo seguente è indicato in fig. 2-9. Gli ingressi sono applicati, simultaneamente, ad ambedue gli ingressi, invertente e non invertente, di un amplificatore combinazione dei circuiti invertente e non invertente discussi in precedenza.

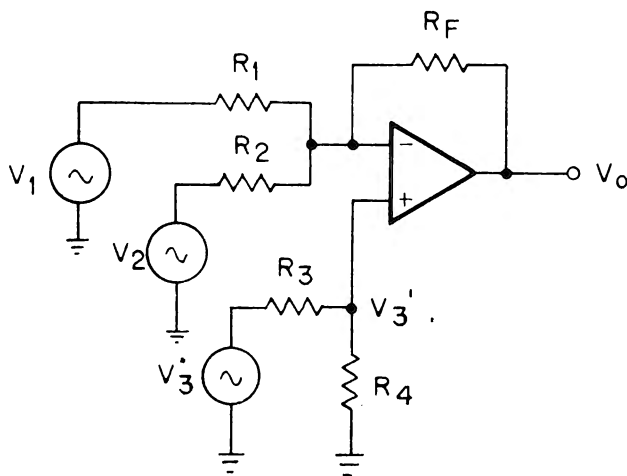



Figura 2-9

Sebbene questo circuito sembri complesso usando le relazioni discusse in questo capitolo, l'analisi è semplice. Assumiamo dapprima che il punto V'_3 sia cortocircuitato a massa. Abbiamto quindi un circuito identico a quello indicato in fig. 2-8, (*un amplificatore sommatore)* ed il segnale risultante è dato dall'equazione 2-7.

Cortocircuitare successivamente il segnale V_1 e V_2 a massa. Abbiamo ora essenzialmente, un amplificatore non invertente eccetto il fatto che ora il resistore di ingresso è uguale alla combinazione in parallelo di R_1 e R_2 (uguale R_A in fig. 2-6) o:

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (2\text{-}8)$$

A questo punto, la tensione di ingresso che l'amplificatore vede è V_3' legata a V_3

dall'equazione del divisore di tensione (teorema di Thevenin)

$$V_3' = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_3 \qquad (2\text{-}9)$$

La tensione di uscita in configurazione non invertente, nei termini dell'equazione 2-3, ora è:

$$V_o = \left\{1 + \frac{R_F}{R_A}\right\} V_3' \qquad (2\text{-}10)$$

Sostituendo le equazioni 2-8 e 2-9 nell'equazione 2-10, troviamo che:

$$V_o = \left\{\frac{R_1R_2 + R_FR_1 + R_FR_2}{R_1R_2}\right\}\left\{\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right\} V_3 \qquad (2\text{-}11)$$

e la tensione di uscita, funzione dei tre ingressi V_1, V_2 e V_3 è:

$$V_o = -\frac{R_F}{R_1} V_1 - \frac{R_F}{R_2} V_2 + \left\{\frac{R_1R_2 + R_FR_1 + R_FR_2}{R_1R_2}\right\}\left\{\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right\} V_3 \qquad (2\text{-}12)$$

I primi due termini sono le uscite *invertite* e l'ultimo termine è l'uscita *non invertita.* Dall'equazione 2-12 si deduce che non è possibile cambiare il guadagno di tensione di ciascuno dei due ingressi invertenti, senza cambiare il guadagno di tensione dell'ingresso non invertente!

L'INTEGRATORE

Cambiando il resistore di reazione del circuito dell'invertitore di fig. 2-5 con un condensatore, si forma un amplificatore operazionale integratore come indicato in fig. 2-10. Il segnale di *ingresso* è integrato e il segnale risultante rappresenta *l'area sottesa dalla curva* della funzione in ingresso. La tensione di uscita è data quindi dalla relazione:

$$V_o = -\frac{1}{R_AC}\int_0^t V_i\,dt \qquad (2\text{-}13)$$

Il termine $1/R_AC$ deve essere calcolato in funzione della minima frequenza di ingresso mediante la relazione:

$$R_AC = \frac{1}{2\pi f_{minimo}} \tag{2-14}$$

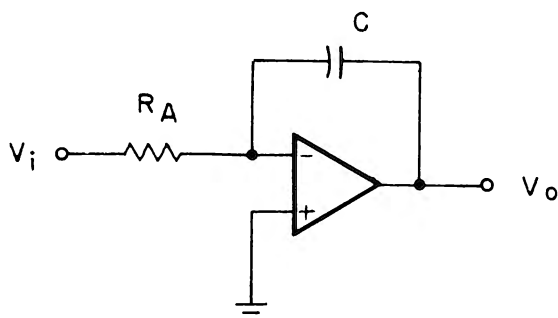



Figura 2-10

Quindi l'integratore agisce, anche su qualsiasi offset presente all'ingresso, creando una tensione di uscita risultante dovuta all'offset di corrente di polarizzazione dell'amplificatore operazionale. Un resistore uguale a R_A viene collegato frequentemente tra l'ingresso non invertente e la massa per minimizzare questo offset-fig. 2-11.

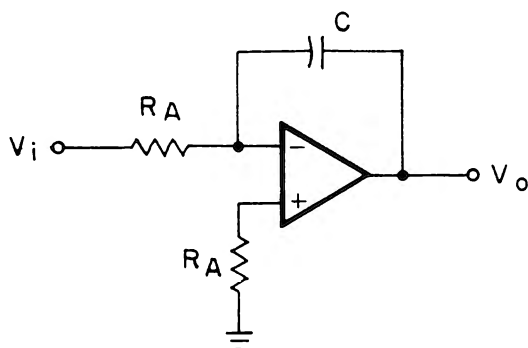



Figura 2-11

SELEZIONE CORRETTA DELL'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

Tutti i circuiti presentati in questo capitolo possono lavorare con *qualsiasi tipo* di op-amp. Ciò nonostante, quando vengono usati nella realizzazione di filtri attivi, certi tipi possono essere preferiti ad altri. L'amplificatore operazione più comune è forse il µA 741, come già spiegato brevemente nel Capitolo 1 ed è il più conosciuto degli amplificatori operazionali "general purpose" ora disponibile.

Tuttavia, come in molte cose della vita, la qualità e le prestazioni sono funzione del prezzo. La caratteristica, guadagno ad anello aperto/frequenza del 741 è indicata in fig. 2-12. E' necessario essere sicuri che il guadagno ad anello aperto dell'amplificatore operazionale sia almeno di 20 volte il guadagno di tensione richiesto dal circuito alla massima frequenza presente nel circuito stesso. Per esempio, se vogliamo usare un amplificatore operazionale µA 741 in un amplificatore a 10 kHz

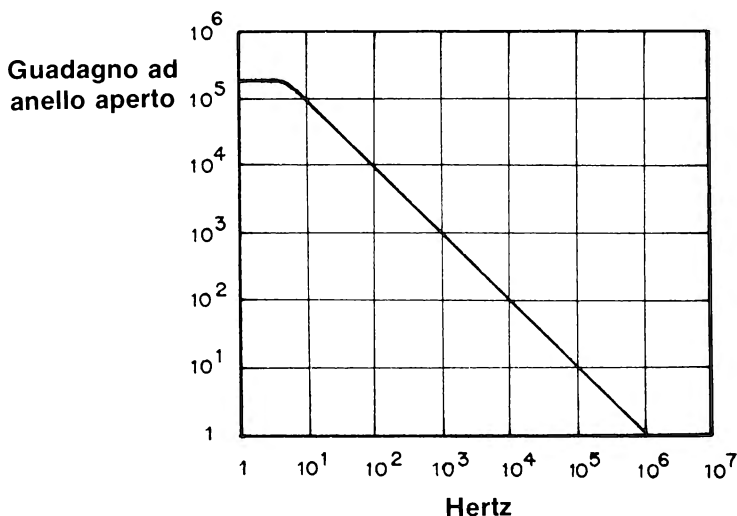



Figura 2-12

vediamo dal diagramma di fig. 2-12, che il guadagno ad anello aperto del 741 è approssimativamente 100. Di conseguenza, perchè il µA 741 lavori correttamente, il guadagno in tensione del circuito (in un amplificatore non invertente) non deve essere maggiore di 5.

Un altro parametro che influenza la prestazione degli op-amp è lo *slew rate* che modifica *la risposta in alta frequenza* dell'amplificatore e quindi in ultima analisi le caratteristiche del filtro. Lo slew è la *misura di quanto velocemente può variare un segnale di grande ampiezza ed è espresso dimensionalmente in V/µs*. Per il 741, lo slew rate è tipicamente di 0,5V/s. Se il segnale di ingresso, per esempio una sinusoide, è di 1 Vpp, impiegherà 1 V/0,5 Vµs o 2 µs per variare di 1 V. Quindi ci sono due variazioni di 1 V per ciascun ciclo (Fig. 2-13) un totale di 4 µs. Perciò la frequenza più elevata che questo amplificatore può pilotare con un segnale di 1Vpp è:

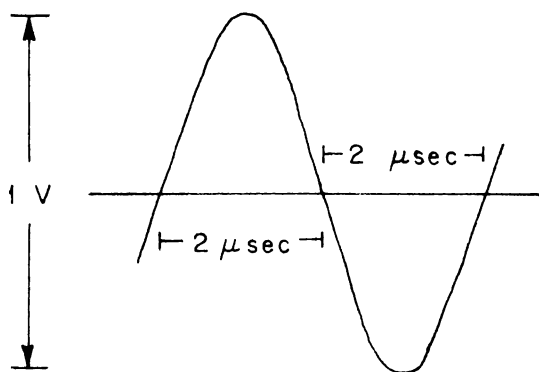



Figura 2-13

$$f_{max} = \frac{SR}{2 \times \text{tensione di ingresso}} \qquad (2\text{-}15)$$

$$= \frac{0{,}5\,V/\mu s}{(2)(1V)}$$

$$= 250\,kHz$$

dove f_{max} = massima frequenza di lavoro
SR = massimo valore dello slew rate

Di conseguenza, quando la tensione di ingreso picco-picco aumenta, la frequenza di lavoro massima possibile dell'op-amp diminuisce.

Nell'utilizzare un op-amp tipo 741 è necessario limitarci alle risposte in frequenza e allo slew rate indicato dalle specifiche del costruttore. Esistono tuttavia altri amplificatori operazionali, come il tipo 318, che hanno una risposta migliorata. Lo slew rate dell'amplificatore operazionale tipo 318 è di 70V μs tipico; di conseguenza la massima frequenza amplificabile con un segnale di 1Vpp è 35 MHz. Questo amplificatore costa circa il triplo del prezzo del 741. Per gli esperimenti di questo libro useremo solo il μA 741 per evitare inutili sprechi se accidentalmente lo si danneggia. Se qualcuno di voi desidera arrivare ai migliori risultati può utilizzare il 318, eventualmente dopo un primo collaudo mediante il 741.

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

I seguenti esperimenti sono stati predisposti per studiare la progettazione e il funzionamento dei circuiti fondamentali dell'amplificatore operazionale presentati in questo capitolo. Una volta acquisite le nozioni fondamentali su questi circuiti base, il progetto dei filtri attivi sarà notevolmente semplificato.

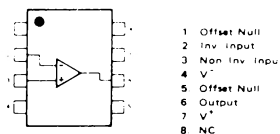
Gli esperimenti che dovrete eseguire possono essere riassunti come segue:

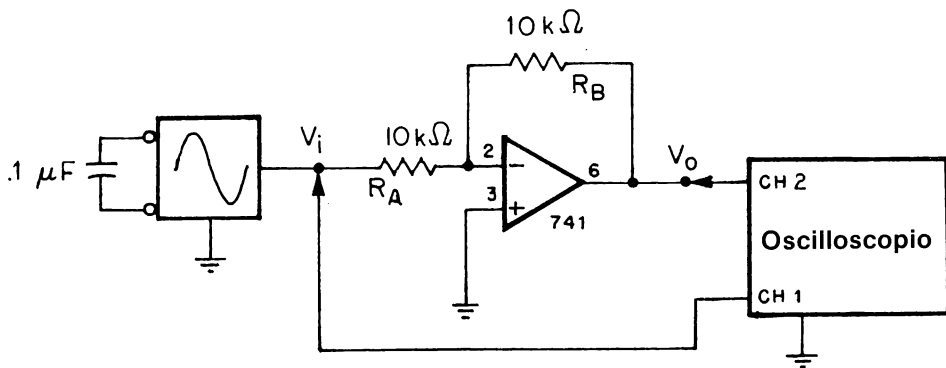
Esperimento n°	Scopo
1	Dimostrare il funzionamento dell'amplificatore invertitore
2	Dimostrare il funzionamento dell'amplificatore non invertente
3	Dimostrare il funzionamento del "voltage follower"
4	Dimostrare il funzionamento dell'amplificatore sommatore.
5	Dimostrare il funzionamento dell'integratore.

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento studia il funzionamento dell'amplificatore invertitore, usando un amplificatore tipo 741.

Configurazione dei pin dell'op-amp 741:

Nota: Stiamo utilizzando un contenitore 8 pin Mini-Dip.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Guadagno} = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_B}{R_A}$$

Passo 1

A chi non avesse mai lavorato con gli amplificatori - op. prima d'ora, ricordiamo che le connessioni al + V e al —V *sono normalmente omesse dagli schemi: tali collegamenti si ritengono impliciti.*

Ricordare: *Nell'amplificatore 741 con un package tipo 8 pin Mini-Dip, le connessioni alle alimentazioni sono: + Vcc al pin 7; −Vcc al pin 4.*

Passo 2

Controllare il circuito collegato, assicurarsi che è esatto. Ricordare le connessioni a + V e — V.

Passo 3

Predisporre l'oscilloscopio come segue:

- Canale 1 e 2: 0,1 V/div.
- Base dei tempi: 1 ms/div.
- Accoppiamento in AC

Applicare la tensione alla piastra (breadboard) e osservare le due tracce sullo schermo dell'oscilloscopio.

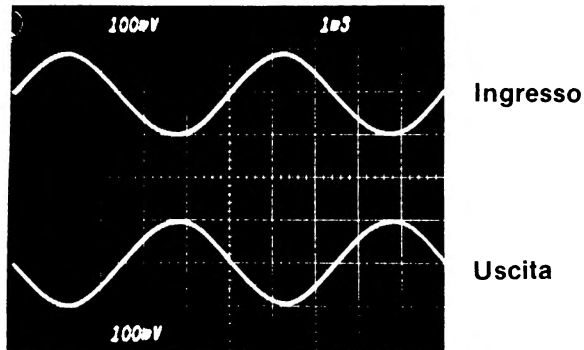
Nota: Dal momento che avremo a che fare con ambedue i segnali di ingresso e di uscita, adotteremo la convenzione che i segnali di ingresso sono visualizzati sul canale 1 e il segnale di uscita è il canale 2 dello strumento. Visualizzando simultaneamente ambedue i segnali sull'oscilloscopio doppia traccia **posizionare il segnale di ingresso nel semiquadro superiore, il segnale in uscita nel semiquadro inferiore dello strumento.**

Passo 4

Regolare ora l'AMPIEZZA dell'USCITA sull'LR-31, in modo che la tensione picco-picco di ingresso (la traccia sinusoidale superiore) sia di 0,2 V.

Passo 5

Regolare la FREQUENZA del segnale in modo da presentare 2 cicli completi sullo schermo. Qual'è la differenza tra i due segnali?

Il segnale di uscita (la traccia inferiore) è di fase opposta o invertito rispetto al segnale di ingresso, come indicato nella figura seguente. L'uscita si dice allora invertita, o *sfasata* di 180° rispetto all'ingresso, quindi il picco positivo del segnale di uscita si ha quando il picco di ingresso è negativo.

Passo 6

Qual'è il valore picco-picco della tensione di uscita?

Risposta: ≃ 200 mV. Definendo il guadagno di tensione, come *il rapporto della tensione di uscita con la tensione di ingresso,* come lo si identifica nell'equazione indicata dalla sezione "Formule di progetto"?

$$\text{Guadagno in tensione} = -\frac{R_B}{R_A}$$

$$= -\frac{10\,k\Omega}{10\,k\Omega}$$

$$= -\ 1{,}0$$

Il *segno negativo* indica che l'uscita è invertita rispetto all'ingresso.

Passo 7

Fissare il livello di ingresso a 200 mVpp costanti, cambiare R_B e completare la seguente tabella. I vostri risultati sperimentali concordano con l'equazione di progetto?

R_B	V_o picco-picco misurata	Guadagno in tensione GV
15 kΩ		
27 kΩ		
47 kΩ		
100 kΩ		

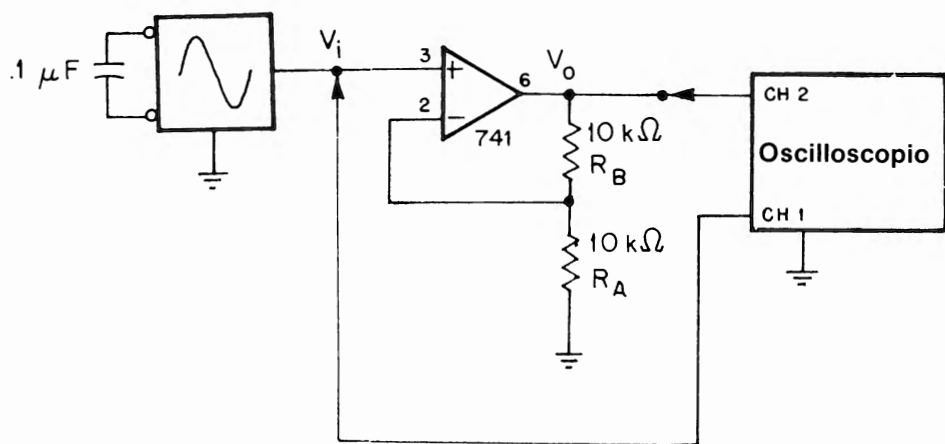
Passo 8

Togliere l'alimentazione dalla piastra e passare all'esperimento succesivo. Evitando di cambiare i livelli di tensione e la frequenza, agendo sul generatore di funzione, a meno che non si disponga diversamente.

ESPERIMENTO N.2

Scopo

Questo esperimento studia il funzionamento di un amplificatore non invertente, utilizzando un amplificatore operazionale tipo 741.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Guadagno} = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

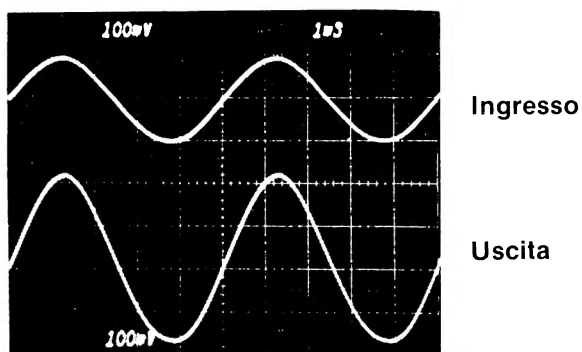
Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature.

- Canale 1 e 2: 0,1 V/div.
- Base dei tempi: 1 ms/div.
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare l'alimentazione alla piastra. Se il livello di ingresso non è 200 mV, regolare il livello dell'USCITA a questo valore. Guardando lo schermo dell'oscilloscopio, qual'è la differenza tra i due segnali?

La sola differenza tra i due segnali è che l'ampiezza del segnale in uscita è *maggiore* di quella del segnale di ingresso come indicato nella figura seguente:

I due segnali si dicono *in fase*, quindi le variazioni nel tempo dei due segnali sono identiche.

Passo 3

Qual'è il valore picco-picco della tensione di uscita?

Risposta: $\simeq$ 400 mV. Qual'è il guadagno in tensione?

Il guadagno in tensione è 2. Come lo si identifica nell'equazione data nella sezione "Formula di progetto"?

Mediante l'equazione:

$$\text{Guadagno in tensione} = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

$$= 1 + \frac{(10\ k\Omega)}{(10\ k\Omega)}$$

$$= 2,0$$

Passo 4

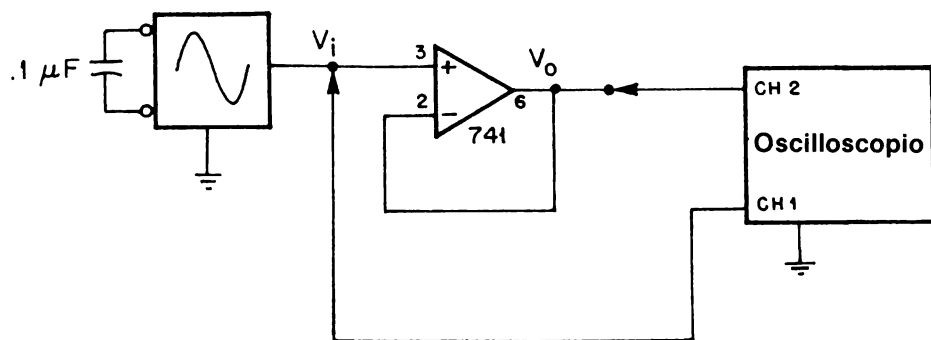
Fissare il livello di ingresso a 200 mV costanti, variare R_B e completare la seguente tabella, verificando se i risultati sperimentali coincidono con l'equazione di progetto.

R_B	V_o picco-picco misurata	Guadagno in tensione GV
27 kΩ		
39 kΩ		
47 kΩ		
100 kΩ		

ESPERIMENTO N. 3

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento del "voltage follower" (inseguitore di tensione).

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Guadagno in tensione} = \frac{V_o}{V_1} = 1$$

Passo 1

Inserire sull'oscilloscopio le seguenti predisposizioni:

- Canale 1 e 2: 0,1 V/div.
- Base dei tempi: 1 ms/div.
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare l'alimentazione alla piastra e tarare il valore picco-picco della tensione di

ingresso a 100 mV, e in modo che siano presenti 2 cicli completi sullo schermo dell'oscilloscopio. Qual'è la differenza tra il segnale di ingresso e di uscita?

Non esise alcuna differenza di ampiezza e di fase tra i due segnali. La tensione di uscita è 200 mV, quindi il guadagno di tensione di un "voltage follower" è *sempre uguale a 1.*

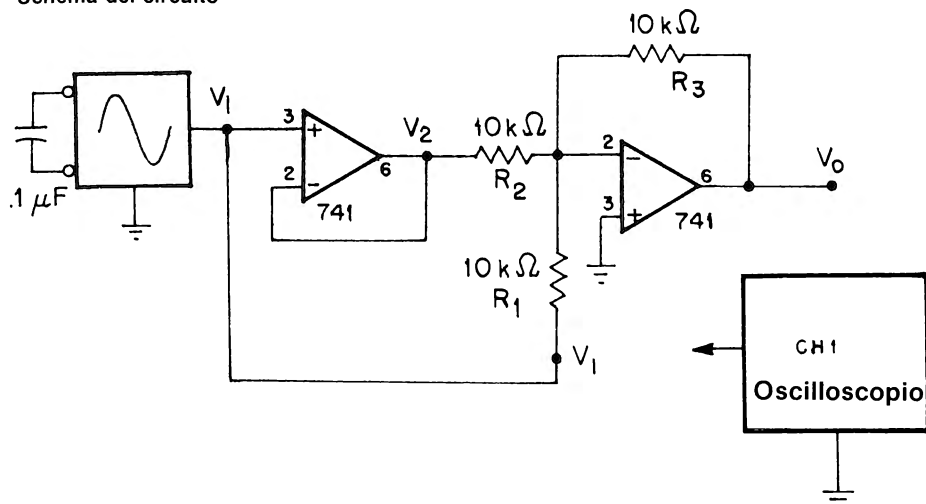
Passo 4

Verificare che il guadagno di tensione di un "voltage follower" sia sempre uguale a 1 variando casualmente la tensione di ingresso e misurando la tensione di uscita.

ESPERIMENTO N. 4

Scopo

Questo esperimento studia il funzionamento di un amplificatore sommatore.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$V_o = V_1 + V_2$$

$$= -\frac{R_3}{R_1}V_1 - \frac{R_3}{R_2}V_2$$

dove $R_1 = R_2$

Passo 1

Inserire sull'oscilloscopio le seguenti predisposizioni:

- Canale 1:1 V/div.

- Base dei tempi: 1 ms/div.
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare l'alimentazione e aggiustare il valore picco-picco della tensione di uscita dell'LR-32 (V_1) a 1 V e la frquenza, in modo da visualizzare sullo schermo dell'oscilloscopio 3 cicli completi (300 Hz).

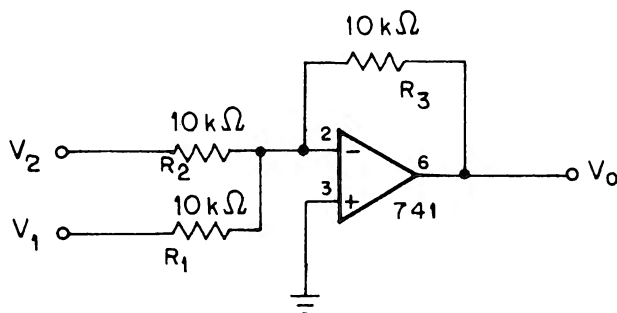
Passo 3

Misurare la tensione all'uscita del primo amplificatore op. (V_2). Qual'è il suo valore?

Si sarà misurata una tensione di 1 V picco-picco, qundi, questa sezione del circuito si comporta come un "voltage follower", circuito il cui funzionamento è stato descritto nell'esperimento precedente.

Passo 4

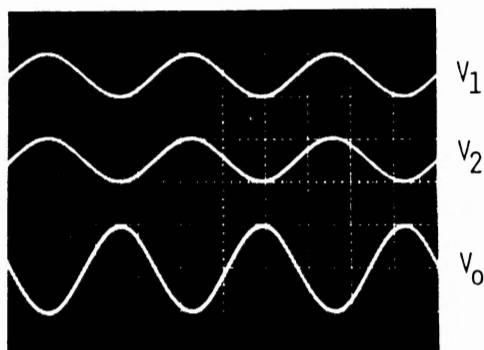
Misurare la tensione all'uscita del secondo amplificatore op. (V_o). Qual'è il suo valore?

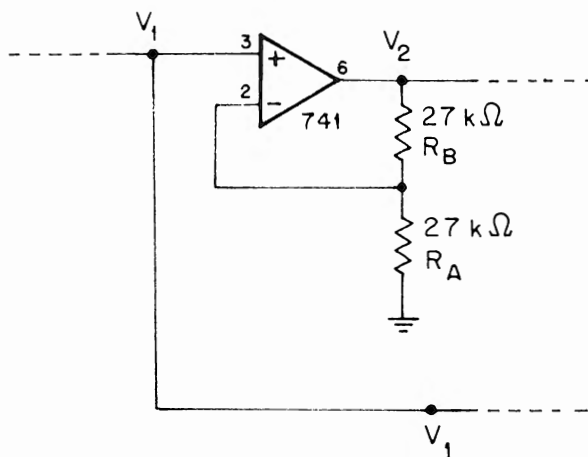
Si misurerà una tensione picco-picco di circa 2 V. Questo secondo amplificatore-op è un *amplificatore che esegue la somma* delle due tensioni di ingresso (V_1) e V_2 (1 V). Dalla seconda equazione di progetto, la tensione di uscita dell'amplificatore sommatore, indicato in figura, è:

$$V_o = -\frac{R_3}{R_1} V_1 - \frac{R_3}{R_2} V_2$$

$$= -\frac{10\,k\Omega}{10\,k\Omega}(1\,V) - \frac{10\,k\Omega}{10\,k\Omega}(1\,V)$$

$$= -2\,V$$

Il segno risultante è negativo perchè stiamo usando l'amplificatore op., *come un amplificatore invertitore,* quindi l'uscita è invertita rispetto ai due ingressi, che sono in fase.

Se siamo in grado di osservare simultaneamente V_1, V_2 e V_o su di un oscilloscopio le tre tracce dovrebbero essere come quelle indicate nella figura seguente:

Passo 5

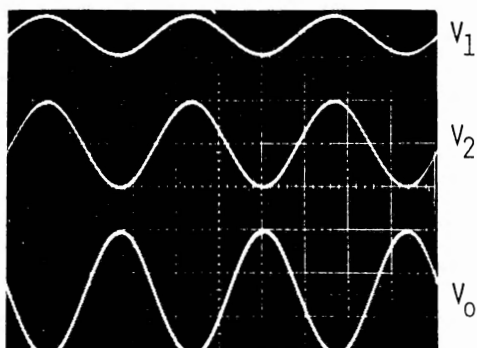
Finora abbiamo presentato un caso semplice di somma di due tensioni uguali. Per dimostrare che le equazioni del passo 4 e il funzionamento dell'amplificatore sommatore è ancora il medesimo per tensioni *diverse,* scolleghiamo l'alimentazione dalla piastra e ricolleghiamo solo il primo amplificatore come amplificatore non invertente, come indicato in figura. Il secondo amplificatore rimane collegato come nello schema precedente.

Passo 6

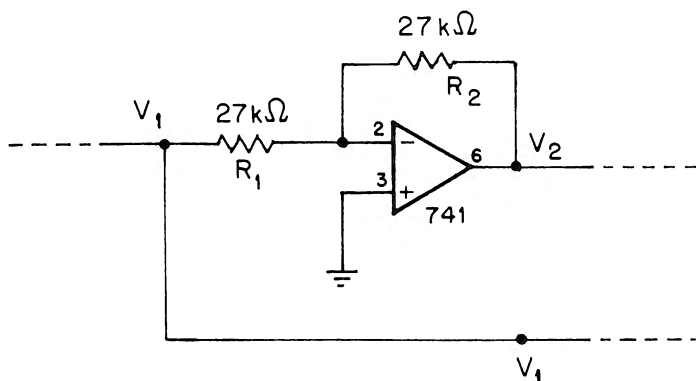
Collegare l'alimentazione alla piastra. Qual'è il valore di V_2 (la tensione di uscita del nuovo circuito realizzato mediante il primo op-amp)?

Si dovranno misurare 2 V, quindi il guadagno di tensione di questo amplificatore non invertente è 2.

Passo 7

Misurare ora V_0 (la tensione di uscita dal secondo op-amp). Qual'è il suo valore?

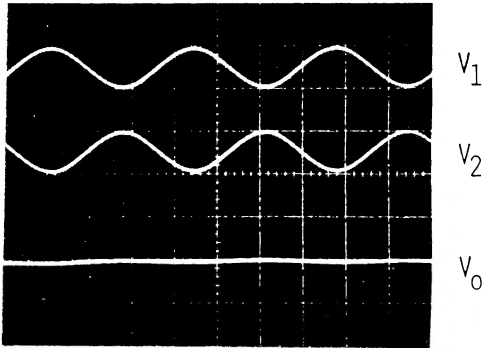
Il valore picco-picco della tensione sarà di 3 V. Se siamo in grado di osservare simultaneamente le tre tensioni V_1, V_2 e V_0 le tracce dovrebbero essere come quelle indicate nella figura seguente:

Passo 8

Scollegare nuovamente l'alimentazione e ricollegare il *primo* amplificatore-op, come indicato nello schema che segue:

Passo 9

Collegare l'alimentazione al breadboard e misurare V_o (la tensione in uscita del secondo op-amp del circuito). Qual'è il valore della tensione misurata?

Il valore di *tensione di uscita* misurata è 0. Perchè?

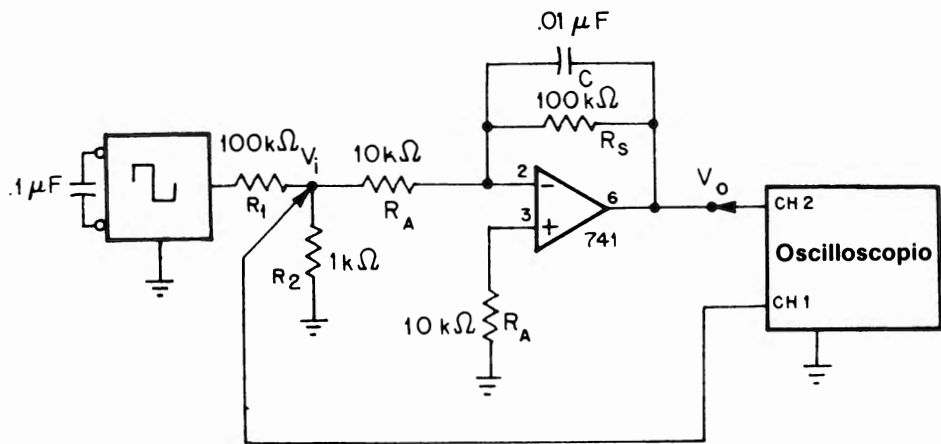
Nel passo 8, il 1° op-amp. è stato collegato ad *amplificatore invertitore* con guadagno unitario, quindi la tensione in uscita (V_2) è invertita rispetto al suo ingresso V_1. Quando questi due valori si *eguagliano, si sommano tensioni sfasate di 180° e la tensione risultante è uguale a zero* essendo $V_1 = V_2 = 1V$. Questo fatto lo si può verificare visualizzando V_1 e V_2 e V_o simultaneamente come indicato nella figura precedente.

Se V_1 è *positiva* V_2 diventa negativa della stessa quantità, quando si sommano il risultato è zero. Lo stesso ragionamento si applica quando V_1 è negativa. Nei passi 1 e 7 le due tensioni di ingresso erano sempre *in fase.* Durante questo esperimento, abbiamo sommato due tensioni di ingresso, sia in fase che sfasate.

V_1
V_2
V_0

ESPERIMENTO N. 5

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento di un amplificatore operazionale integratore.

Schema del circuito

Formule di progetto

$R_A C$ = periodo di segnale da integrare
$= 1/f_i$

$R_S = 10\, R_A$

Se: $f < f_i$. amplificatore invertitore: $V_o = -\dfrac{R_S}{R_A} V_i$

$f > f_i$. integratore: $V_o = -\dfrac{1}{R_A C} \int V_i dt$

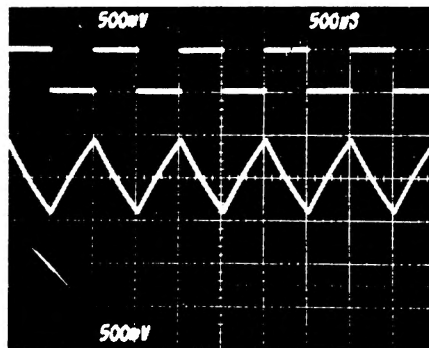
Passo 1

Collegare il circuito indicato dallo schema. Se state usando un generatore di funzioni diverso dall'LR-31, togliere i resistori R_1 e R_2. Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canali 1 e 2: 0,5 V/div.
- Base dei tempi: 0,5 ms/div. (500 μs/div.)
- Accoppiamento in AC

Quando usiamo l'LR-31 per generare un'onda quadra, collegare il terminale 1 al + V dell'alimentazione.

Passo 2

Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare la frequenza in modo da visualizzare 5 cicli completi sullo schermo dello strumento. Se state usando un generatore diverso dall'LR-31, tarare il valore picco-picco di V_i a 0,5 volt, come indicato di seguito:

Il segnale di uscita (la traccia "bassa") rassomiglierà ad una forma d'onda triangolare. Quindi essendo l'amplificatore-operazionale usato nella configurazione invertente (il segnale è applicato all'ingresso invertente dell'op-amp.) la forma d'onda triangolare, ottenuta dall'integratore dell'onda quadra, è invertita di segno.

Passo 3

A questo punto aumentare la frequenza variando il potenziometro (FREQUENZA). La tensione di uscita dell'integratore (V_o) aumenta o diminuisce?

La tensione di uscita dell'integratore diminuisce; infatti l'impedenza del condensatore di reazione è minore del resistore da 100 kΩ posto in parallelo. Essendo quindi l'impedenza equivalente < di 100 kΩ il guadagno diminuisce.

Passo 4

Tarare la base dei tempi dell'oscilloscopio a 2 ms/div. e regolare la frequenza in modo che ci siano 2 cicli completi per 10 divisioni orizzontali (100 Hz). Oltre a questo predisporre l'oscilloscopio su DC.

Osserverete che l'uscita non assomiglia ad un'onda triangolare ma piuttosto ad un onda quadra "arrotondata". Oltre a questo l'ampiezza della tensione di uscita è aumentata.

La differenza tra il circuito in questa prova è quello della fig. 2-10, è il resistore (R_S) da 100 kΩ nell'anello di reazione in parallelo con il condensatore da 0,01 μF usato per minimizzare gli effetti della *resistenza di perdita* del condensatore. Solitamente, questo *resistore di shunt* (R_S) è 10 volte R_A.

Come sintetizzato nella sezione "Formule di Progetto", il prodotto di R_A e C è uguale al periodo del segnale da integrare, (1 kHz), quindi:

$$\frac{1}{1\ \text{kHz}} = R_A C$$

$$1\ \text{ms} = (10\ \text{k}\Omega)\ (0{,}01\ \mu\text{F})$$

Al di sotto di 1 kHz, *il circuito si comporta come un amplificatore invertitore con un guadagno approssimativo di 10.* Al di sopra di 1 kHz, *il circuito agisce come un integratore.* Queste due condizioni sono state dimostrate durante i passi 3 e 4.

CAPITOLO 3

NOZIONI FONDAMENTALI SUI FILTRI

Prima di iniziare la progettazione dei filtri attivi, è necessario discutere e definire alcuni termini e concetti basilari che saranno più volte usati durante i vari capitoli.

OBIETTIVI

Alla fine di questo capitolo, avremo:

- Confrontato le risposte in frequenza generale dei seguenti filtri:

  passa-basso

  passa-alto

  passa-banda

  reiezione di banda

- Definiti i seguenti concetti:

risposta in ampiezza	decibel
ampiezza di banda	ottava
collegamento in cascata	ordine del filtro
frequenza centrale	banda passante
frequenza di taglio	coefficiente di qualità o Q
smorzamento (damping)	pendenza
decade	banda di interdizione

IL FILTRO PASSA-BASSO

Definiamo semplicemente come *filtro passa-basso un dispositivo che permette a un segnale entrante di attraversarlo con una piccola o nessuna alterazione fino a una certa frequenza; al di sopra di questa frequenza, il filtro respinge o attenua il segnale in ingresso.*

Per capire meglio il significato di quanto detto sopra, consideriamo la curva caratteristica del filtro passa-basso generalizzato, indicata in fig. 3-1. Nello studio dei filtri attivi, è necessario soprattutto determinare la relazione esistente tra la tensione di uscita

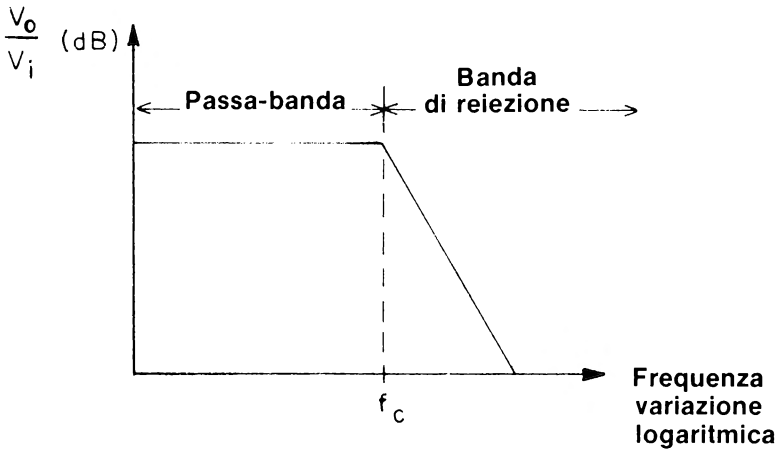



Figura 3-1

del filtro e la sua tensione in ingreso alle varie frequenze: detta *risposta in ampiezza* rappresentata schematicamente in figura 3-1. Come per gli op-amp, il guadagno di tensione del filtro, il rapporto V_o/V_i esprime la *risposta in ampiezza,* in funzione della frequenza. Per i filtri, il rapporto V_o/V_i è espresso in *termini di decibel,* o dB, quindi per definizione:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i} \qquad (3\text{-}1)$$

Se la tensione di uscita del filtro sarà più grande della sua tensione di ingresso (V_i), avremo naturalmente un guadagno, e il valore, in dB, sarà un numero *positivo;* se la tensione di uscita sarà minore della tensione di ingresso, avremo una *perdita* o una *attenuazione* e il valore in dB sarà un numero *negativo.*

Se si dispone di un calcolatore tascabile con la funzione $\log_{10}$ il problema è risolto. Tuttavia, se si dispone di un semplice calcolatore a 4 funzioni, il $\log_{10}$ di un qualsiasi numero può essere calcolato con buona approsimazione mediante la relazione

$$\log_{10}(X) = 0{,}86304 \left(\frac{X-1}{X+1}\right) + 0{,}36415 \left(\frac{X-1}{X+1}\right)^3 \qquad (3\text{-}2)$$

dove $X = \dfrac{V_o}{V_i}$

Come esempio, supponiamo $V_o/V_i = 0,707$, utilizzando l'equazione 3-2 avremo che:

$$\log_{10}(0{,}707) = 0{,}86304 \left(\frac{0{,}707-1}{0{,}707+1}\right) + 0{,}36415 \left(\frac{0{,}707-1}{0{,}707+1}\right)^3$$

$$= 0{,}86304\,(-0{,}172) + 0{,}36415\,(-0{,}172)^3$$

$$= -0{,}15030$$

che differisce dello 0,2% rispetto al valore esatto di -0,15051. Per i calcoli, la cui precisione è di 2 cifre decimali; questa formula è sufficientemente esatta.

Ritorniamo ora alla fig. 3-1. Vediamo che la risposta in ampiezza di un filtro passa-basso è essenzialmente costante fino a una certa frquenza f_c, detta *frequenza di taglio* (frequenza di cutoff). Il campo di frequenza occupato dal segnale desiderato (la zona con risposta in ampiezza costante o guadagno di tensione costante), è detta *banda passante.* Se il segnale di ingresso supera la frequenza di taglio la risposta in ampiezza in dB *diminuisce linearmente all'aumentare della frequenza secondo una legge logaritmica.* La zona di frequenza al di sopra della frequenza di taglio del filtro è detta *banda di interdizione o di reiezione del segnale.*

Definiamo come *ottava il raddoppio o il dimezzamento della frequenza.* Per una frequenza, ad esempio di 1 kHz, le ottave al *disopra* sono 2, 4, 8 kHz ecc. Le ottave al *disotto* di 1 kHz sono 500, 250, 125 Hz ecc. Definiamo come *decade l'incremento o il decremento* di *10 volte della frequenza.* Per 1 kHz le decadi superiori sono 10, 100 kHz ecc., mentre le decadi inferiori sono 100, 10, 1 Hz ecc.

Dalla fig. 3-1, la risposta in ampiezza in dB nella banda di reiezione diminuisce linearmente all'aumentare del logaritmo della frequenza. La velocità di diminuzione (o pendenza della curva), detta *roll-off o fall-off definisce l'ordine del filtro.* Sopra la frequenza di cutoff il *roll-off del filtro, passa-basso di 1° ordine, è di 6 dB per ottava.* In termini di decadi è equivalente a *20 dB/decade.*

Un *filtro passa-basso di 2° ordine* ha un roll-off eguale al *doppio* di quello di un filtro di 1° ordine *o -12 dB/ottava (-40 dB/decade);* un filtro di 3° ordine ha una attenuazione uguale *a -18 dB/ottava o (-60 dB/decade)* è così via, per filtri passa-basso di ordine superiore. Come indicato in fig. 3-2, aumentando l'ordine di un filtro passa-basso aumenta l'attenuazione. Naturalmente un filtro di ordine infinito ha una risposta ideale.

Come vedremo più avanti, utilizzando una rete con un solo amplificatore operazionale non è possibile costruire filtri su ordine più elevato del 2°. Ad esempio, per realizzare un filtro,, di 3° ordine si collegano in serie o *cascata,* una sezione passa-basso di 1° ordine e di 2° ordine, come sarà successivamente spiegato nel Capitolo 7.

Fino a questo momento abbiamo definito la frequenza di taglio, solo come punto di separazione tra la banda passante e la banda di reiezione, essendo le figg. 3-1 e 3-2 solo una semplice schematizzazione della risposta in ampiezza di un filtro passa-basso.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
1ST
2ND
3RD
4TH
5TH
6TH
.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

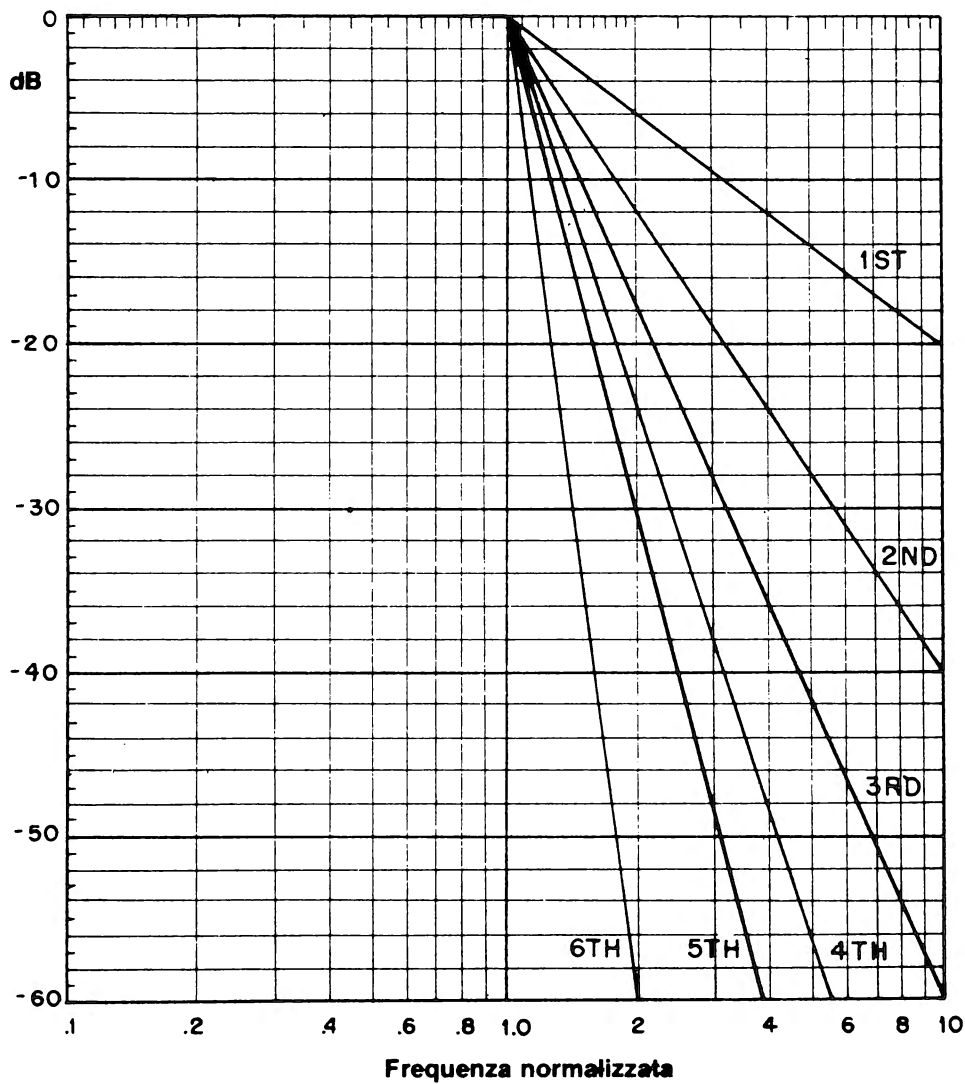



Figura 3-2

In realtà *la frequenza di taglio di un filtro è quella frequenza alla quale il guadagno in tensione diminuisce a 0,707 o* $1/\sqrt{2}$ volte il guadagno nella banda passante. Come indicato in fig. 3-3, ricordando che 20 $\log_{10}$ (0,707) = —3dB, la risposta del guadagno in tensione del filtro segue una linea arrotondata rispetto alla curva della banda passante teorica. In questo diagramma, abbiamo assunto per semplicità che il guadagno di tensione nella banda passante sia unitario (0 dB). Se il guadagno, è di 6 dB, la frequenza di taglio si avrà quando la risposta scende a 6−3 = 3 dB.6 dB equivalgono a un guadagno di tensione 2, quindi la frequenza di taglio cadrà nel punto in cui il guadagno scende a 2 volte 0,707 o 1,414, il che è equivalente a 3 dB.

Il grafico di fig. 3-3 descrive un *particolare tipo di curva* ed indica l'andamento della risposta ampiezza/frequenza di un filtro. Trascurando l'ordine del filtro, la curva indicata in fig. 3-3 ha una costante: *una banda passante estremamente piatta,* definita *risposta di Butterworth.*
In alternativa possiamo avere un andamento della risposta in ampiezza simile a quello di fig. 3-4, in questo tipo di filtro è presente una ondulazione o ripple nella banda passante. Questo tipo di risposta è caratteristica del *filtro di Chebishev.* Un altro fattore che determina un particolare tipo di andamento della risposta nella banda passante è il *fattore di smorzamento, o semplicemente lo smorzamento* ed è indicato dalla sigla α. *Lo smorzamento di una sezione di un filtro di 2° ordine è la misura della sua tendenza ad oscillare.* Come vedremo, nei Capitoli, 5, 6, 7 i valori dello smorzamento possono essere da quasi zero a 2. La risposta di Butterworth è un esempio *di filtri smorzati,* mentre la risposta di Chebishev caratterizza *filtri poco smorzati.* Sebbene esistano altri tipi di risposte ampiezza/frequenza in questo libro presenteremo solo il progetto di filtri di Butterworth passa-basso, passa-alto e passa-banda.*

IL FILTRO PASSA-ALTO

La risposta in frequenza generalizzata di un filtro passa-alto è semplicemente l'opposto di un filtro passa-basso; *attenua i segnali al di sotto della frequenza di taglio e permette ai segnali al di sopra della frequenza di taglio di attraversarlo, con una piccola o nessuna attenuazione.*

Come indicato in fig. 3-5, la risposta in ampiezza nella banda passante è essenzialmente costante al di sotto della frequenza di taglio da dove diminuisce con una pendenza che dipende dall'ordine del filtro. Per un filtro passa-basso di 2° ordine la pendenza è di + 12 dB/ottava o + 40 dB/decade. Tutti i concetti fondamentali che sono stati applicati ai filtri passa-basso si applicano anche ai filtri passa-alto.

In realtà non sarà mai possibile avere un filtro passa-alto ideale perchè, come abbiamo discusso nel Capitolo 2, la zona superiore della banda passante è *limitata dalla risposta in frequenza del particolare tipo di amplificatore operazionale usato.*

IL FILTRO PASSA-BANDA

Come indicato in fig. 3-6, *un filtro passa-banda permette a un ben definito campo di frequenze di attraversarlo mentre le altre altre frequenze al di sopra e al di sotto di questo campo, vengono eliminate.* Nella definizione della risposta in ampiezza di un filtro passa-banda, siamo interessati alla sua *frequenza centrale e all'ampiezza della banda passante.*

---

* Altri tipi di filtri sono quelli di Bessel, Cauer e Thompson.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata
1ST
2ND
3RD
4TH
5TH
6TH

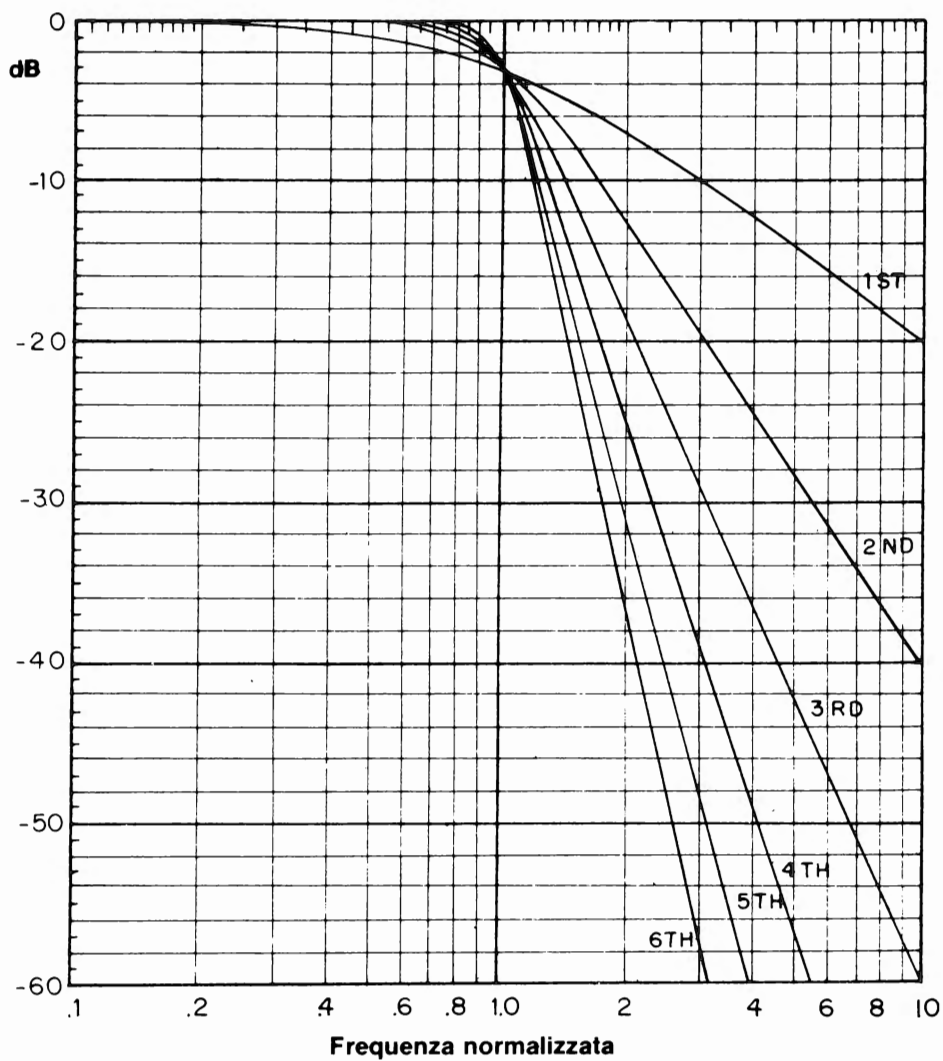
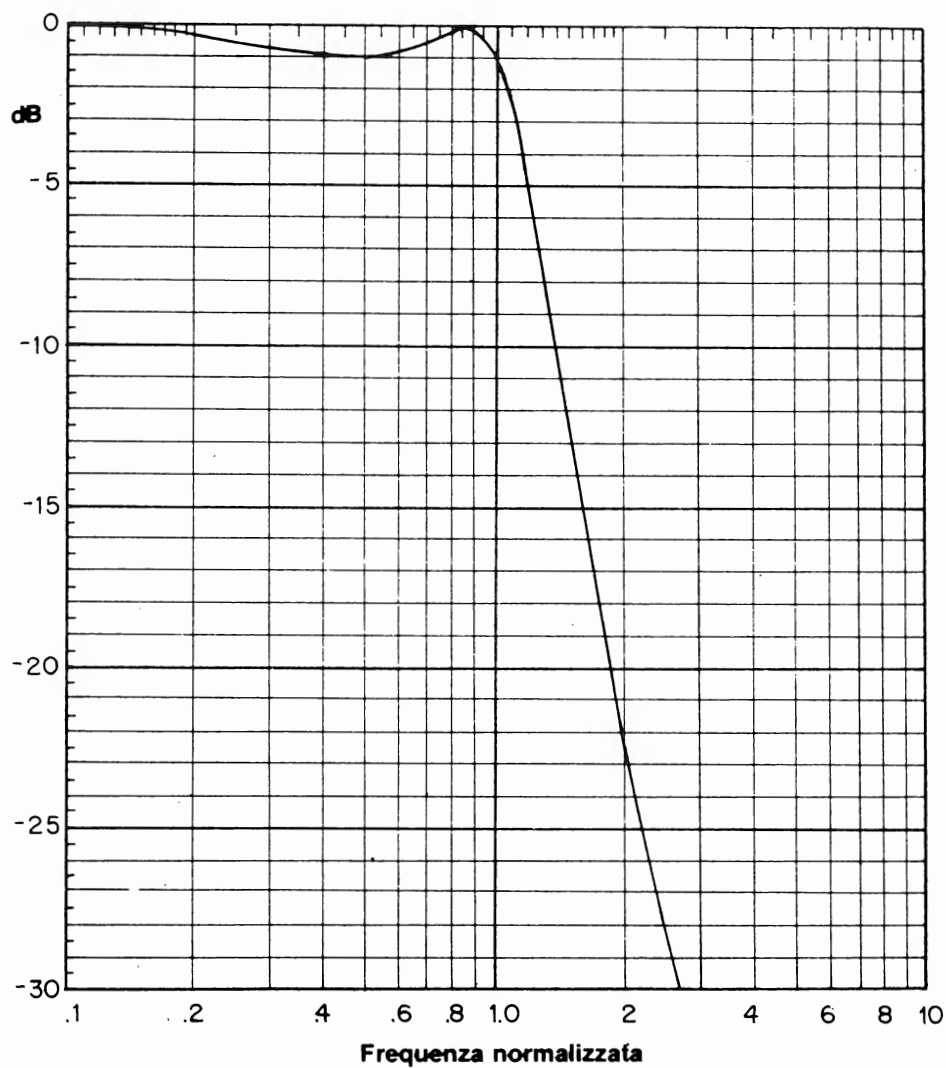



Figura 3-3

Figura 3-4

La frequenza centrale è in generale *il punto dove si ha il massimo guadagno in tensione*. L'ampiezza di banda di un filtro passa-banda è *la differenza tra la frequenza superiore e inferiore dove il guadagno di tensione è 0,707, il suo massimo valore o 3 dB al di sotto della risposta alla frequenza centrale*. Se come indicato in fig. 3-6, f_L è detta *la frequenza a 3 dB inferiore* e F_H *la frequenza a 3 dB superiore*, definiamo come *banda passante* la relazione:

$$\text{ampiezza della banda} = f_H - f_L \tag{3-3}$$

dove BW = ampiezza della banda passante

Dal momento che tutte le curve dei filtri sono tracciate su scala logaritmica, la curva della banda passante sarà allora *simmetrica rispetto alla frequenza centrale.* Questo è importante da ricordare, perchè si potrebbe concludere che la frequenza centrale f_o è esattamente a metà strada tra le due frequenze a 3 dB, oppure *in media algebrica* il che non è vero! Infatti, la frequenza centrale è uguale alla *media geometrica* data da:

$$f_o = (f_H f_L)^{1/2} = \sqrt{f_H f_L} \tag{3-4}$$

Specificando l'ampiezza di banda e la frequenza centrale del filtro, possiamo determinare ambedue le frequenze a 3 dB mediante la relazione:

$$f_L = \frac{-BW + [(BW)^2 + (2f_o)^2]^{1/2}}{2} \tag{3-5}$$

$$f_H = f_L + BW \tag{3-6}$$

Ad esempio, supponiamo una frequenza centrale di 1 kHz e una ampiezza di banda di 200 Hz.
A questo punto si potrebbe dire che le due frequenze a 3 dB sono 900 Hz e 1100 Hz.
Utilizzando invece la equazione 3-4, troviamo che f_o = 995 Hz, e non f_o = 1 kHz.
A questo punto mediante le equazioni 3-5 e 3-6 f_L = 905 Hz e f_H 1105 Hz.

L'ampiezza di banda di un filtro passa-basso e la sua frequenza centrale sono in relazione tra di loro mediante il *fattore di qualità del filtro, o Q,* definito da:

$$Q = \frac{f_o}{BW} \tag{3-7}$$

$$= \frac{f_o}{f_H - f_L} \tag{3-8}$$

$$= \frac{(f_H f_L)^{1/2}}{f_H - f_L} \tag{3-9}$$

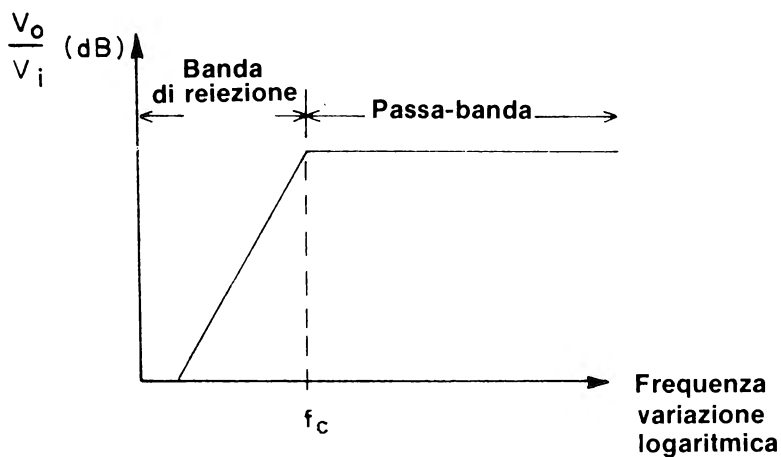



Figura 3-5

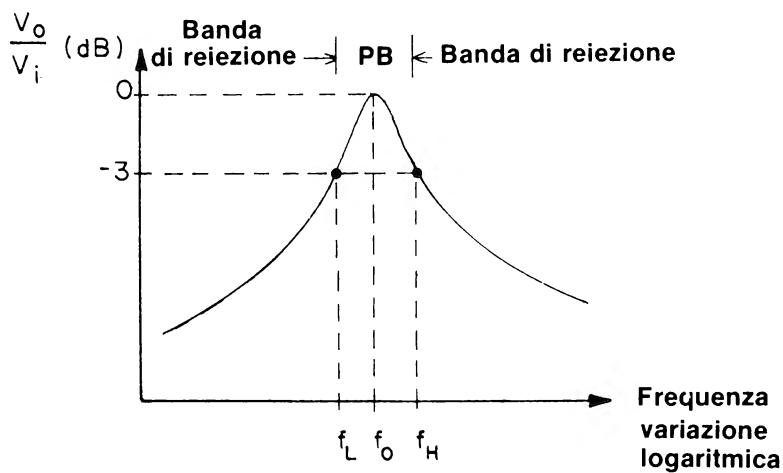



Figura 3-6

Come indicato sotto in fig. 3-7, il fattore di merito Q di un filtro passa banda indica la ripidità della risposta in ampiezza per frequenze diverse dalla frequenza centrale . Se in corrispondenza di una data frequenza f_o, si diminuisce la banda passante, Q aumenta.

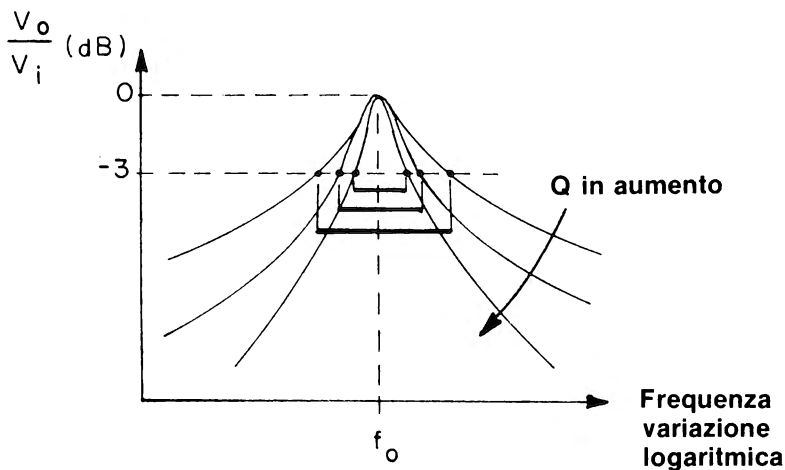



Figura 3-7

IL FILTRO A REIEZIONE DI BANDA (NOTCH)

Il filtro a reiezione di banda (notch) ha una risposta in frequenza che è l'opposto di quella di un filtro passa-banda, ed è indicato in fig. 3-8. Questo filtro *elimina, allora, un intervallo di frequenza mentre permette alle frequenze, al di sopra e al di sotto di questo intervallo di attraversarlo con una piccola o nessuna attenuazione.* Le definizioni di banda passante e di Q sono le medesime del filtro passa-banda.

Nei capitoli seguenti, discuteremo caso per caso il progetto delle quattro classi di filtri presentate in questo capitolo.

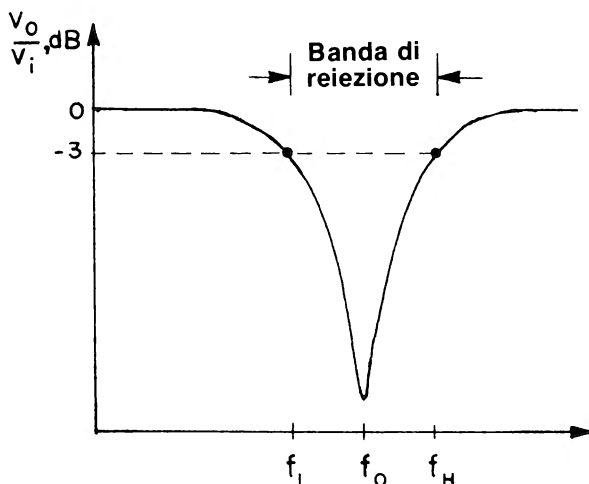



Figura 3-8

FREQUENZA

In questo libro saranno utilizzate due tipi di notazioni per la frequenza. L'uso della lettera f si riferisce alla frequenza espressa in Hz, come nelle equazioni 3-3, 3-4, mentre la lettera greca "ω" è utilizzata come artificio matematico per semplificare i calcoli. Queste due grandezze sono in relazione tra di loro mediante il fattore 2π o 6,28, quindi:

$$\omega = 2\pi f \text{ (radianti/s)} \tag{3-10}$$

Di conseguenza, se in una qualsiasi equazione compare la variabile "f", questa equazione può essere riscritta in termini di ω, mediante l'equazione precedente.

CAPITOLO 4

FILTRI PASSA-BASSO E PASSA-ALTO DI 1° ORDINE

INTRODUZIONE

Nei Capitoli 2-3 abbiamo fornito i necessari concetti base. In questo capitolo esamineremo il progetto di un filtro attivo passa-basso e di un filtro attivo passa-alto di 1° ordine.

OBIETTIVI

- Progettare e realizzare filtri passa-basso e passa-alto di 1° ordine
- Utilizzare tecniche di normalizzazione e riduzione

IL FILTRO ATTIVO PASSA-BASSO DI 1° ORDINE

La fig. 4-1 indica la configurazione base di un filtro passa-basso di 1° ordine: è una sempice combinazione di un *filtro* R-C *passivo* con un amplificatore *non invertente:*

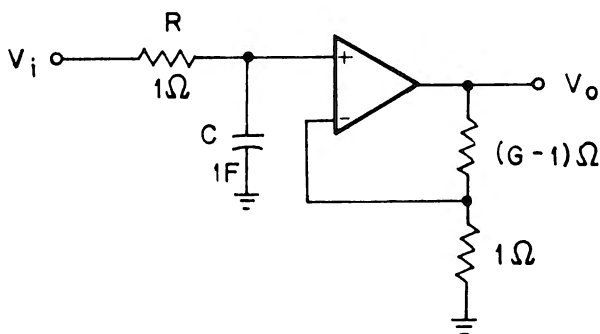



Figura 4-1

Per R = 1 Ω e C = 1F la frequenza di taglio è data da:

$$\omega_C = 1/RC \quad (4\text{-}1)$$

$$= 1 \text{ radiante/s}$$

Se la frequenza è espressa in *Hertz,* la relazione si modifica in:

$$f_C = 1/6,28RC$$
$$= 0,159 \text{ Hz} \qquad (4\text{-}2)$$

Il circuito di fig. 4-1 ha quindi una frequenza di taglio di 0,1 rad/s (0,16 Hz) e definiamo questo circuito *normalizzato ad 1 rad/s.* Il guadagno in banda passante è determinato solo dalla resistenza di reazione che è uguale a G−1, quando la resistenza di ingresso dell'amplificatore è 1 Ω e, trascurando i calcoli matematici, la risposta in ampiezza, funzione della frequenza, di questo filtro passa-basso di 1° ordine è data da:

$$dB = 20 \log_{10}G - 20 \log_{10}[1 + \omega^2]^{1/2} \qquad (4\text{-}3)$$

dove ω è il rapporto tra la *frequenza considerata e la frequenza di taglio;* se il guadagno della banda passante è unitario (0 dB), allora l'equazione 4-3 diventa

$$dB = -20 \log_{10}[1 + \omega^2]^{1/2} \qquad (4\text{-}4)$$

La figura 4-2 fornisce il grafico del guadagno in tensione di un filtro passa-basso di 1° ordine dato all'equazione 4-3. Si noterà che questo diagramma è *normalizzato per una frequenza di taglio di 1 e un guadagno in banda passante di 0 dB.* Inoltre, la risposta è estesa in un campo di ω variabile da una decade sotto ($\omega = 0,1$) a una decade sopra ($\omega = 10$) la frequenza di taglio.

RIDUZIONE DI UN FILTRO (SCALING)

Al fine di poter utilizzare il diagramma di fig. 4-2 a una qualsiasi frequenza, introduciamo il concetto di *riduzione. L'analisi* di una qualsiasi sezione di un filtro è fatta su di un circuito avente una frequenza di taglio di 1 radiante/s ed un livello di impedenza di 1 Ω, come la sezione passa-basso di fig. 4-1. In alternativa, questo circuito può essere riferito a una *frequenza di taglio di 1 Hz* usando le fig. 4-3.

Regola n°1: Per cambiare la frequenza di taglio di un circuito, *moltiplicare* tutti i valori dei resistori che determinano la frequenza per il rapporto tra la frequenza base e la frequenza desiderata oppure moltiplicare tutti i condensatori che determinano la frequenza per questo rapporto; *le regole devono essere applicate l'una in alternativa all'altra.*

Il *progetto* di una qualsiasi sezione di un filtro è eseguito su di un circuito avente un livello 1, impedenza di 10 kΩ e una frequenza di taglio di 1 kHz, mediante il circuito di fig. 4-4.

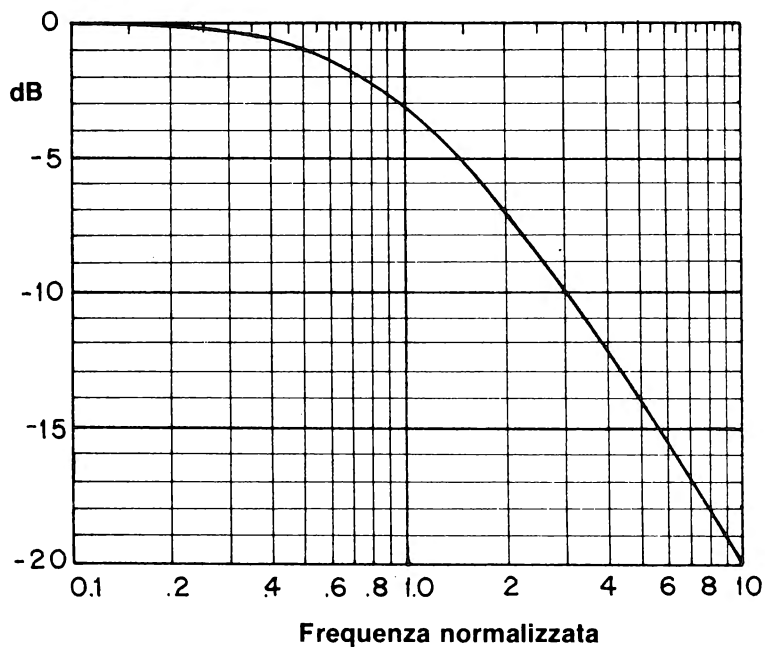



Figura 4-2

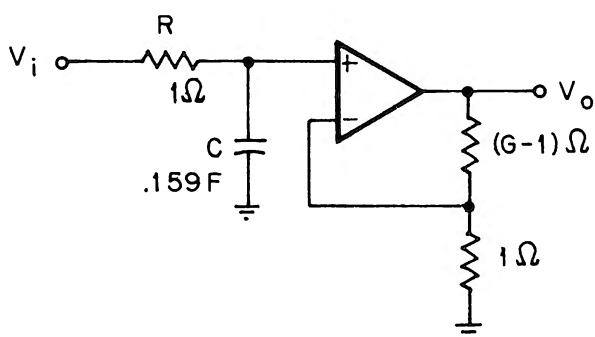



Figura 4-3

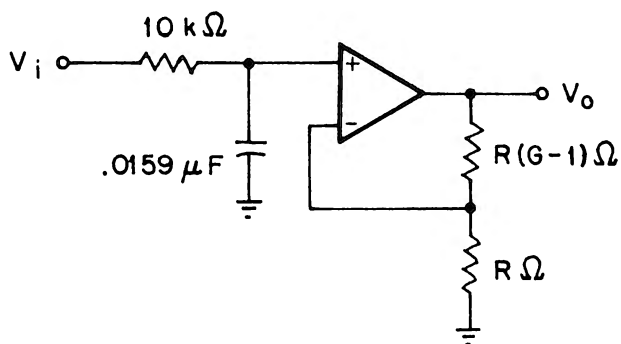



Figura 4-4

Esempio:

Convertire il circuito ad 1 kHz di fig. 4-4 in una frequenza di taglio di 2,5 kHz.

1) Moltiplicare il resistore per 0,4 (cioé = da 1 kHz a 2,5 kHz)

o il condensatore da 0,0159 μF per 0,4 come in fig. 4-5.

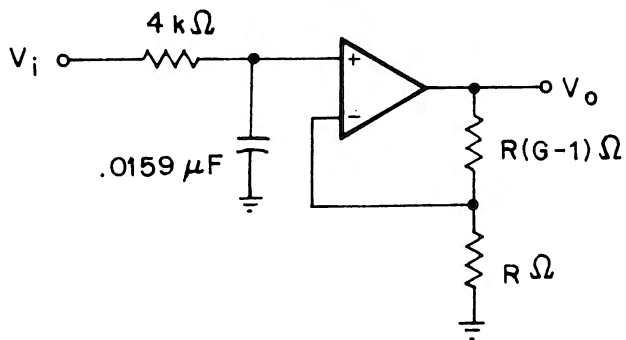



Figura 4-5

in modo che

$$f_c = \frac{1}{(6{,}28)\,(0{,}0159\mu F)\,(4\,k\Omega)}$$

$$= 2{,}5\,kHz$$

Come si rileva dalla fig. 4-5, 0,0159 μF è piuttosto difficile da trovare, infatti non è un *condensatore di valore standard.* (Vedere appendice A). Per cambiare questo condensatore con uno di valore standar, introduciamo il concetto della *modifica dell'impedenza.*

Regola n°2: Per modificare le impedenze *dividere tutti i valori dei resistori che determinano la frequenza per il rapporto tra il nuovo valore del condensatore e il valore precedente.*

Per cambiare il condensatore da 0,0159 μF in un condensatore da 0,022 μF, per esempio, dividiamo il resistore da 4 kΩ per 1,38 (1,38 = 0,022/0,0159), si ottiene un resistore da 2,9 kΩ ed il circuito di fig. 4-6. Usando l'equazione 4-2 è possibile verificare che:

$$f_c = \frac{1}{(6{,}28)\,(2{,}9\,k\Omega)\,(0{,}022\mu F)}$$

$$= 2{,}5\,kHz$$

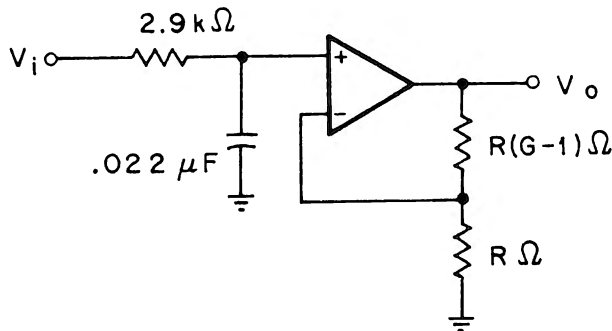



Figura 4-6

Ricordare: Possiamo affermare che i circuiti di fig. 4-5 e 4-6 sono equivalenti; infatti *ambedue i circuiti hanno la stessa frequenza di taglio di 2,5 kHz.*

Il guadagno in tensione, o la risposta in ampiezza in funzione della frequenza, per questo filtro, possono essere facilmente calcolati, dal diagramma normalizzato di fig. 4-2.

Supponiamo che il guadagno nella banda passante di questa cella o sezione di filtro sia di 6,02 dB (eguale a un rapporto di tensione di 2). Prendendo la fig. 4-2, moltiplichiamo i valori riportati sull'asse orizzontale per 2,5 kHz in modo che la risposta copra un campo di frequenza da 250 Hz (una decade sotto i 2,5 kHz della frequenza di taglio) a 25 kHz (una decade sopra). Inoltre sommiamo 6,02 dB all'asse verticale, come indicato in fig. 4-7.

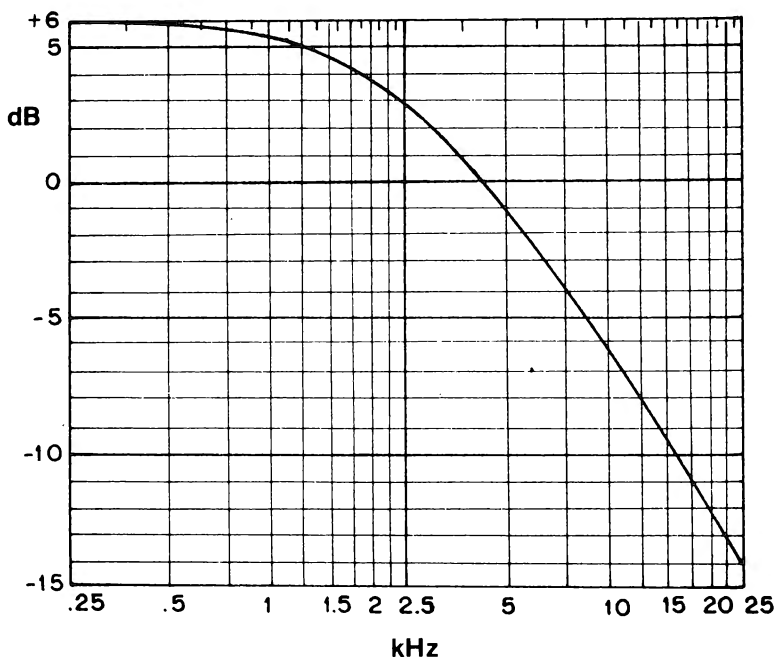



Figura 4-7

Comunque, invece di rintracciare la curva di risposta tutte le volte che la frequenza di taglio cambia di valore è possibile procedere come segue.
Ad esempio, calcoliamo la risposta in ampiezza a 5 kHz?
Normalizzando per prima la frequenza di taglio di 2,5 kHz a 1, la frequenza di 5 kHz corrisponde a una frequenza normalizzata di 2 (2 = 5/2,5). Dalla figura 4-2 si rileva che la risposta in ampiezza alla frequenza normalizzata di 2, è approssimativamente −7 dB. Quindi questo grafico è per un guadagno nella banda passante di 0 dB. Possiamo sommare ai 7 dB calcolati in precedenza 6,02 dB, con una risposta approssimativa di −0,98 dB.
Per cui, in ultima analisi, si è *spostata* la curva verso l'alto di 6,02 dB. Lo stesso risultato si sarebbe potuto determinare mediante l'equazione 4-3:

$$
\begin{aligned}
dB &= 6{,}02 - 20 \log_{10}[1 + (2{,}0)^2]^{1/2} \\
&= 6{,}02 - 20 \log_{10}[2{,}24] \\
&= 6{,}02 - 6{,}99 \\
&= -0{,}97 \text{ dB}
\end{aligned}
$$

Utilizzando le curve di risposta normalizzate, è possibile non utilizzare equazioni che richiederebbero calcoli matematici complicati.

Per rendere più facile il calcolo dei valori standard di resistenza e capacità per tutte le frequenze di taglio, invece di eseguire il calcolo di modifica delle impedenze, è possibile utilizzare il grafico di fig. 4-8.
Per un filtro passa-basso da 2,5 kHz, localizzare i 2,5 kHz sull'asse orizzontale delle frequenze. A questo scopo spostarsi verso l'alto fino ad intersecare una delle linee orizzontali rappresentante i valori standard dei condensatori. Ad esempio usando un valore standard da 0,022 μF, vediamo che la resistenza necessaria per ottenere una frequenza di taglio di 2,5 kHz si trova compresa tra i 2,7 kΩ e i 3,3 kΩ. Tuttavia, essendo questo valore vicino alla linea dei 2,7 kΩ, sarà utilizzato quest'ultimo valore. La combinazione prescelta sarà C = 0,0022μF e R = 2,7 kΩ.

Durante questo libro, sarà puntualizzato l'uso delle curve normalizzate nel progetto e nell'analisi dei filtri attivi, riducendo nei limiti del possibile tutti i calcoli numerici.

I punti fondamentali dell'analisi del progetto di un filtro attivo sono sostanzialmente esauriti. Questi concetti fondamentali, possono essere riassunti in:

- L'analisi di ciascuna sezione del filtro è fatta su di un circuito avente una frequenza di taglio di 1 rad/s e un livello di impedenza di 1 Ω.

- *Il progetto di ciascuna sezione del filtro* è basata su di un filtro con frequenza di taglio di 1 kHz e un livello di impedenza di 10 kΩ.

- *Per cambiare la frequenza di taglio di una sezione di un filtro* moltiplicare tutti i valori dei resistori che determinano la frequenza per il rapporto tra la frequenza fondamentale e la nuova frequenza, o moltiplicare tutti i condensatori che determinano la frequenza per lo stesso rapporto. *Non eseguire ambedue le operazioni.*

- *Per cambiare il valore di un condensatore in un valore standard,* dividere tutti i valori dei resistori che determinano la frequenza per il rapporto tra il nuovo valore e il valore ottenuto dal calcolo.

.1
.068
.047
.033
.022
.015
.01
.0068
.0047
.0033
.0022
.0015
.001
.01
.001
C μF
R
1K
1.2K
1.5K
1.8K
2.2K
2.7K
3.3K
3.9K
4.7K
5.6K
6.8K
8.2K
10K
12K
15K
18K
22K
27K
33K
39K
47K
56K
68K
82K
100K
100 Hz
1 kHz
10 kHz
Frequenza di taglio

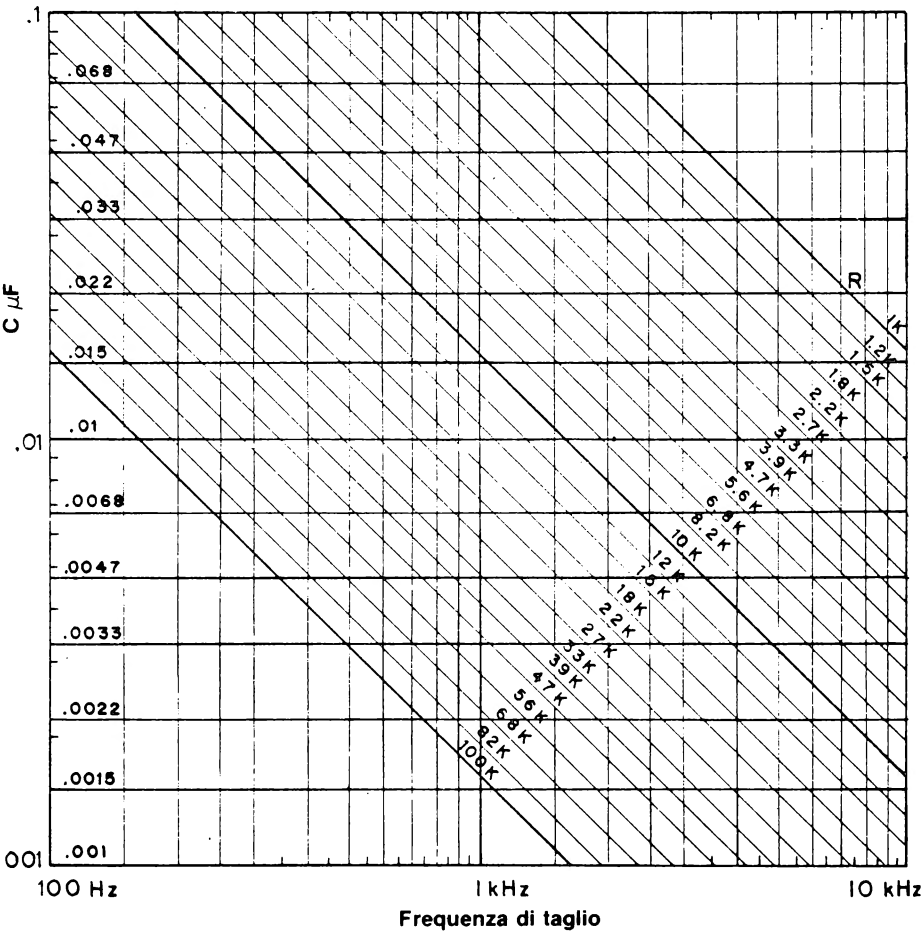
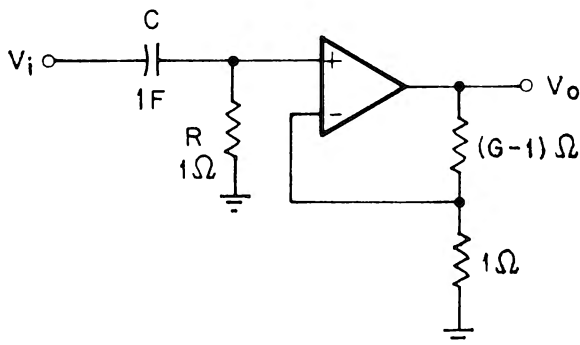



Figura 4-8

IL FILTRO PASSA-ALTO DI PRIMO ORDINE

La figura 4-9 indica la configurazione base di un filtro passa-basso di 1° ordine normalizzato per una frequenza di taglio di 1 rad/s data dall'equazione 4-1.

Per un guadagno G nella banda passante, la risposta in ampiezza in funzione della frequenza di una cella di filtro passa-alto di 1° ordine è data da:

$$dB = 20 \log_{10} G + 20 \log_{10} \left[\frac{\omega}{(1 + \omega^2)^{1/2}} \right] \qquad (4\text{-}5)$$

Se il guadagno nella banda passante è 1 (0 dB), l'equazione 4-5 diventa:

$$dB = 20 \log_{10} \left[\frac{\omega}{(1 + \omega^2)^{1/2}} \right] \qquad (4\text{-}6)$$

La figura 4-10 dà il grafico ampiezza/frequenza del filtro di 1° ordine, normalizzato per una frequenza di taglio unitaria e un guadagno in banda passante di 1.

Se si confronta ora il circuito del filtro passa-basso di fig. 4-1 con il circuito del filtro passa-alto di fig. 4-9, notiamo che i componenti che determinano la frequenza sono semplicemente scambiati tra di loro. Questa è un'osservazione importante e sarà ripresa nei capitoli successivi.
In generale, *possiamo concludere che il circuito del filtro passa-basso e del filtro passa-alto sono i medesimi eccetto che per i resistori e i condensatori determinanti la frequenza che sono scambiati tra di loro.*

Come per la sezione passa-basso, il progetto di una sezione passa-alto è fatto su di un circuito avente un livello di impedenza di 10 kΩ ed una frequenza di taglio di 1 kHz - fig. 4-11; le formule di progetto sono identiche a quelle presentate nella sezione precedente.

0

dB

-5

-10

-15

-20

0.1 .2 .4 .6 .8 1.0 2 4 6 8 10

Frequenza normalizzata

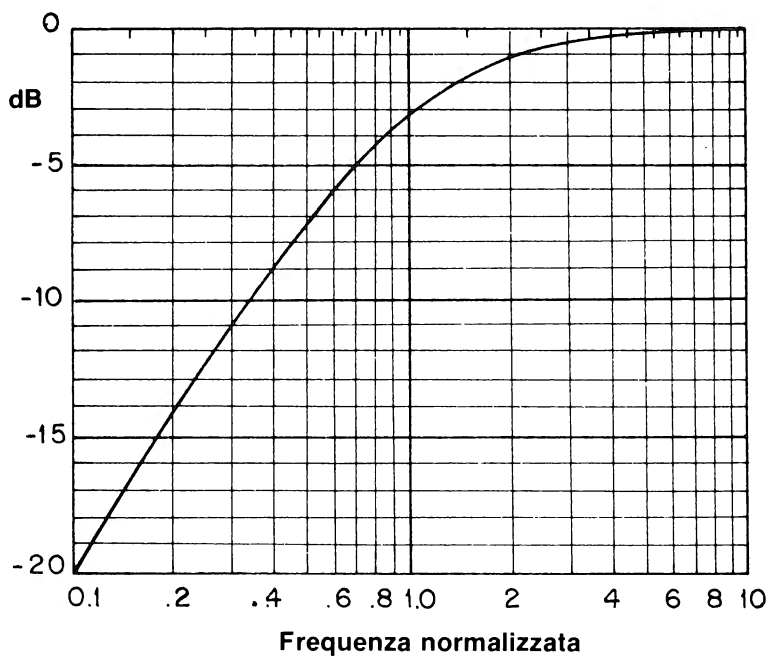
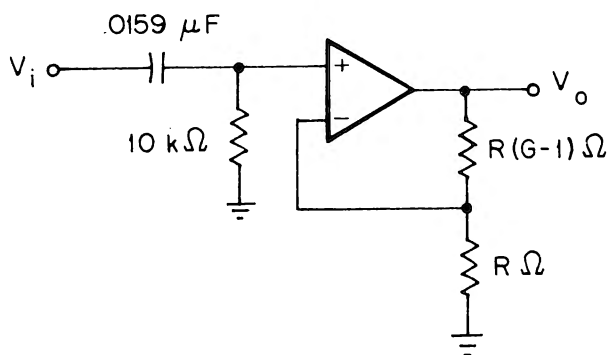



Figura 4-10

Figura 4-11

Per le sezioni passa-basso e passa-alto, abbiamo usato un amplificatore *non invertente* preceduto da una rete resistenza/capacità, quindi il guadagno in banda passante è sempre maggiore di 1 (0 dB). Se è richiesto un guadagno in banda passante unitario, si inserisce dopo la rete a resistenza e capacità del filtro un inseguitore di tensione (voltage follower), come indicato in fig. 4-12.

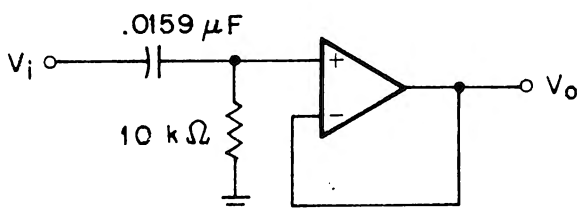



Figura 4-12

Esempio:

Progettare un filtro passa-alto di 1° ordine a 400 Hz con un guadagno in banda passante di 3 (9,5 dB) e determinare la risposta in ampiezza a 100 Hz.

Usando il circuito di fig. 4-11, ridurre la frequenza di taglio a 400 Hz, moltiplicando il 10 kΩ per 2,5 (2,5 = 1000 Hz/400 Hz). Successivamente, il condensatore deve essere convertito in un valore standard, ad esempio 0,033 μF. Perciò dividiamo il valore del resistore per 2,075 (0,033 μF/0,0159 μF), ne risulta il circuito di fig. 4-13.

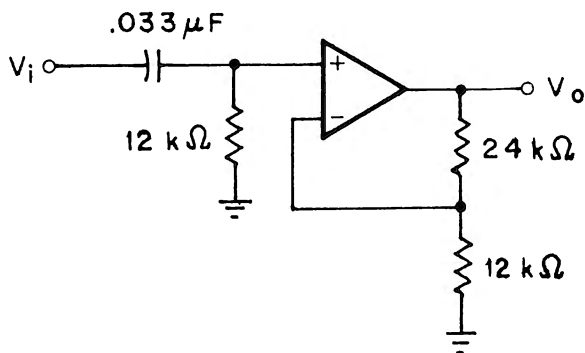



Figura 4-13

Usando l'equazione 4-5 la risposta in ampiezza a 100 Hz sarà:

$$dB = 20 \log_{10}(3,0) + 20 \log_{10} \left[\frac{(100/400)}{(1 + [100/400]^2)^{1/2}} \right]$$

$$= 9,5 - 12,3$$

$$= - 2,8 \text{ dB}$$

Il circuito di fig. 4-13 può essere ottenuto dalla fig. 4-10. La risposta in ampiezza alla frequenza normalizzata di 0,25 (100 Hz/400 Hz) è approssimativamente —12 dB. Poichè questo diagramma è stato normalizzato per un guadagno in banda passante di 0 dB, dobbiamo *sommare* + 9,5 dB ai —12 dB per dare una risposta totale di —2,5 dB.

Invece di calcolare la combinazione standard resistenza/capacità per ottenere una frequenza di taglio di 400 Hz, possiamo fare riferimento alla fig. 4-8. Le combinazioni resistenza/capacità indicate nella tabella danno approssimativamente la frequenza di taglio di 400 Hz richiesta:

R	C
12 kΩ	0,033 μF
18 kΩ	0,022 μF
120 kΩ	0,0033 μF
180 kΩ	0,0022 μF

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

I seguenti esperimenti sono stati progettati per analizzare il progetto e il funzionamento dei filtri attivi di 1° ordine. Inoltre sarà utilizzata la tecnica sperimentale base, per determinare la risposta in ampiezza di ciascun filtro.

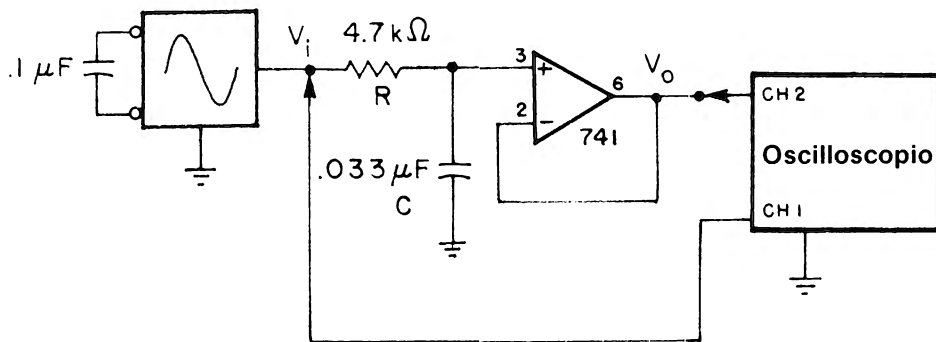
Gli esperimenti da eseguire possono essere sintetizzati come segue:

Esperimento n°	Scopo
1	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro passa-basso a guadagno unitario (0 dB).
2	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro passa-basso di 1° ordine con guadagno unitario (0 dB).
3	Dimostrare il concetto del cambiamento di frequenza.
4	Dimostrare il progetto e il funzionamento di filtro passa-alto di 1° ordine.

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento di un filtro passa-basso di 1° ordine a guadagno unitario.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Risposta in ampiezza: $20 \log_{10} \left[\frac{1}{(1+f^2)}\right]^{1/2}$

Passo 1

Predisponete sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 200 mV/div
- Base dei tempi: .1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegate il circuito indicato dallo schema elettrico senza trascurare i collegamenti di alimentazione dell'op-amp. Alimentate il circuito tarando il segnale di ingresso a 1Vpp (5 divisioni). Tarare anche la frequenza del generatore a 100 Hz (1 ciclo/10 divisioni).

Passo 3

Utilizzando le equazioni indicate nella sezione "Formule di progetto" di questo esperimento, calcolare il valore della frequenza di taglio e scriverlo nello spazio seguente.

Il risultato sarà approssimativamente 1026 Hz. In pratica potremo approssimare la frequenza di taglio a 1000 Hz.

Passo 4

Mediante il potenziometro di controllo della FREQUENZA del generatore, variare la frequenza e completare la seguente tabella: riportando i risultati sul diagramma previsto per questo uso a pag. 4-17.

Nota: A causa della semplicità del generatore LR-31, la tensione di uscita diminuirà leggermente all'aumentare della frequenza. Controllare attentamente che la tensione di ingresso sia 1 Vpp durante l'esecuzione di *tutte* le misure; il guadagno in tensione in dB è calcolato mediante l'equazione:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_o}{V_i}$$

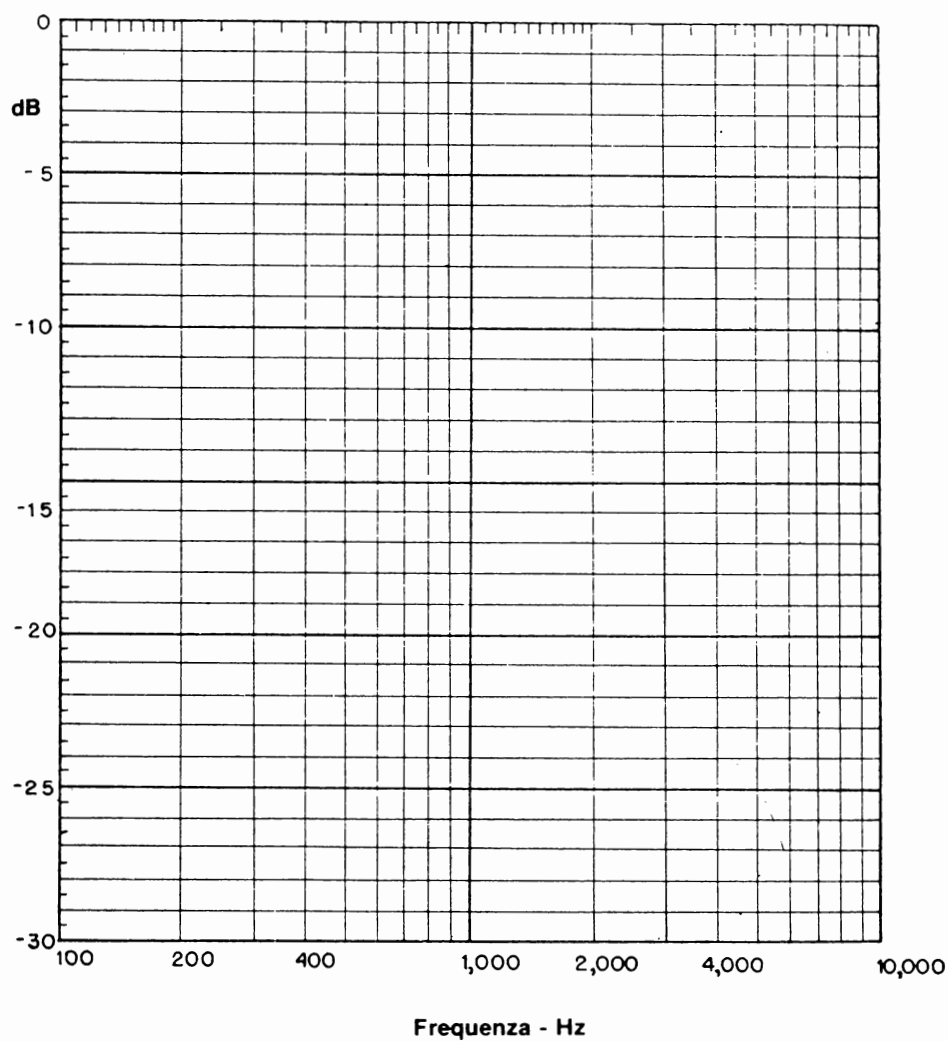
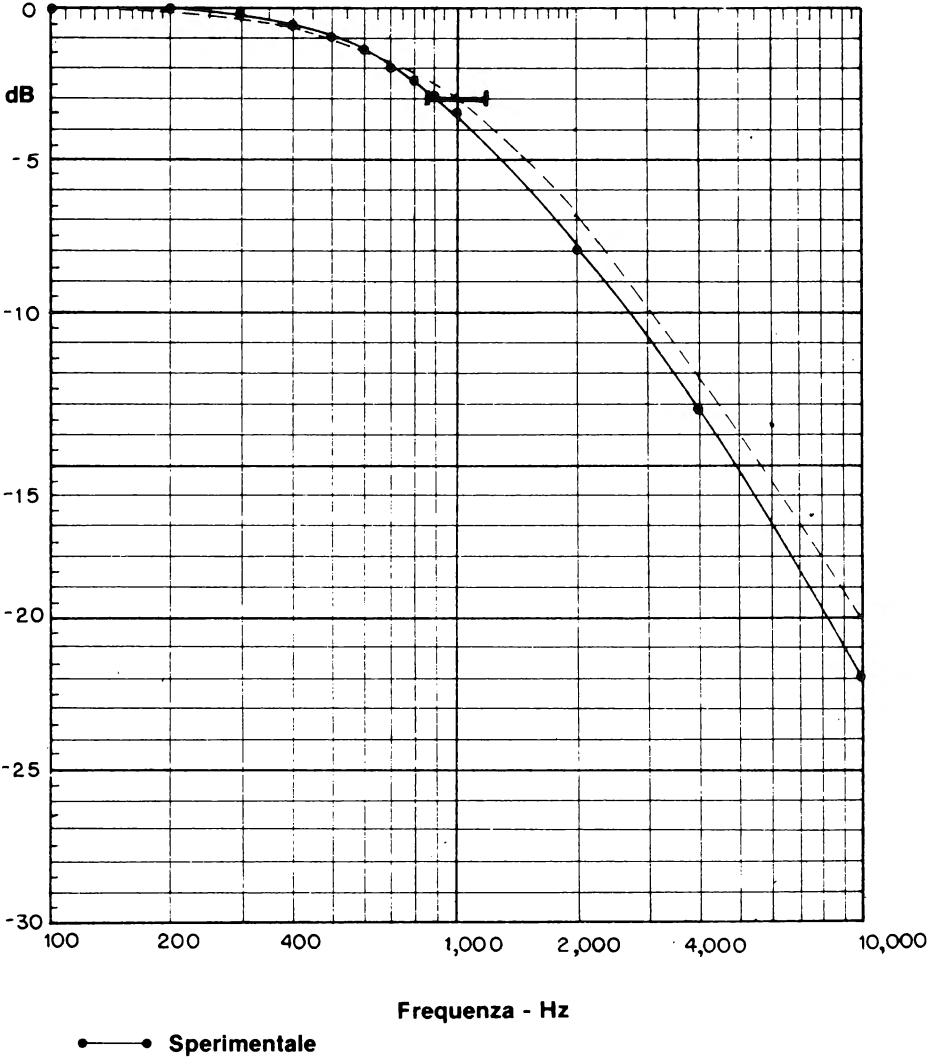
per oguna delle frequenze misurate.

Inoltre per poter confrontare le varie misure, viene indicato il guadagnc teorico previsto per ciascuna frequenza.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	Guadagno sperimentale (dB)	Guadagno teorico (dB)
100 Hz				−0,04
200				−0,17
300				−0,37
400				−0,64
500				−0,97
600				−1,34
700				−1,73
800				−2,15
900				−2,58
1.000				−3,01
2.000				−6,99
4.000				−12,3
10.000*				−20,0

*Usando l'Outboard LR-31, può essere necessario per ottenere il segnale a 10 kHz utilizzare un valore di capacità minore di 0,1 μF. Se l'uscita è 0 o distorta, usare un condensatoreda 0,01 μF e aumentare il campo della frequenza da 1 kHz a 100 kHz.

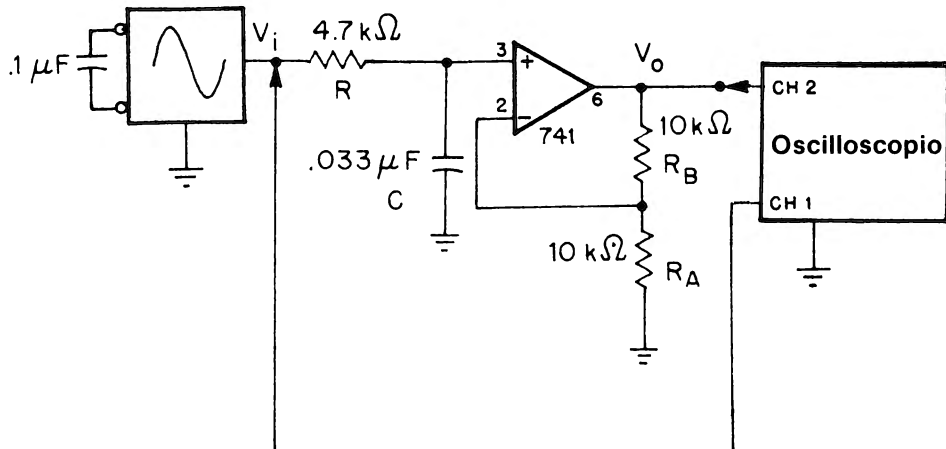
Presentiamo per un confronto nella seguente tabella i risultati sperimentali ottenuti; i risultati sono anche riportati sul grafico con la risposta teorica. La differenza tra le due curve è da attribuirsi alle tolleranze dei componenti, a meno che non si siano fatti errori di misura, come il trascurare la verifica che la tensione di ingresso sia costante per tutto il campo di misura da 100 Hz a 10 kHz.
I resistori utilizzati sono al 5% e i condensatori al 10%; nel peggiore dei casi, la frequenza di taglio varierà da 880 Hz o 1200 Hz come indicato sul diagramma.

0
dB
- 5
-10
-15
-20
-25
-30
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico (dB)*
100 Hz	1,00 V	1,00	0	−0,04
200	1,00	1,00	0	−0,17
300	0,98	0,98	−0,18	−0,37
400	0,94	0,94	−0,54	−0,64
500	0,90	0,90	−0,92	−0,97
600	0,86	0,86	−1,31	−1,34
700	0,80	0,80	−1,94	−1,73
800	0,76	0,76	−2,38	−2,15
900	0,72	0,72	−2,85	−2,58
1.000	0,68	0,68	−3,35	−3,01
2.000	0,40	0,40	−7,96	−6,99
4.000	0,22	0,22	−13,2	−12,3
10.000	0,08	0,08	−21,9	−20,0

0
dB
-5
-10
-15
-20
-25
-30
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz
Sperimentale

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento di un filtro attivo passa-basso di 1° ordine avente un guadagno positivo.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Guadagno: $G = 1 + R_B/R_A$

Risposta in ampiezza: $20 \log_{10} \left[\frac{G}{(1 + f^2)^{1/2}} \right]$

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1: 200 mV/div
- Canale 2: 500 mV/div

- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito dello schema elettrico. Fornire alimentazione al circuito tarando la tensione di ingresso a 1 Vpp e la frequenza a 100 Hz. Con i valori del circuito, indicati in figura, quali saranno il guadagno nella banda passante e la frequenza di taglio?

Il guadagno nella banda passante è 2 (+ 6,02 dB), quindi:

$$G = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

$$= 1 + \frac{10\,k\Omega}{10\,k\Omega}$$

$$= 2{,}0$$

La frequenza di taglio è approssimativamente 1026 Hz. Come nell'esperimento precedente, potremo approssimare la frequenza di taglio a 1000 kHz.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella come nell'esperimento precedente. Per completare dalla prima all'ultima colonna, sottrarre il guadagno misurato a 100 Hz (guadagno nella banda passante) dal guadagno in dB, per ciascuna frequenza misurata: il risultato fornisce il guadagno *normalizzato in dB*.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno (dB)*	*Guadagno normalizzato (dB)*	*Guadagno dall'esperimento 1 (dB)*
100 Hz					
200					
300					
400					
500					
600					
700					
800					
900					
1.000					
2.000					
4.000					
10.000					

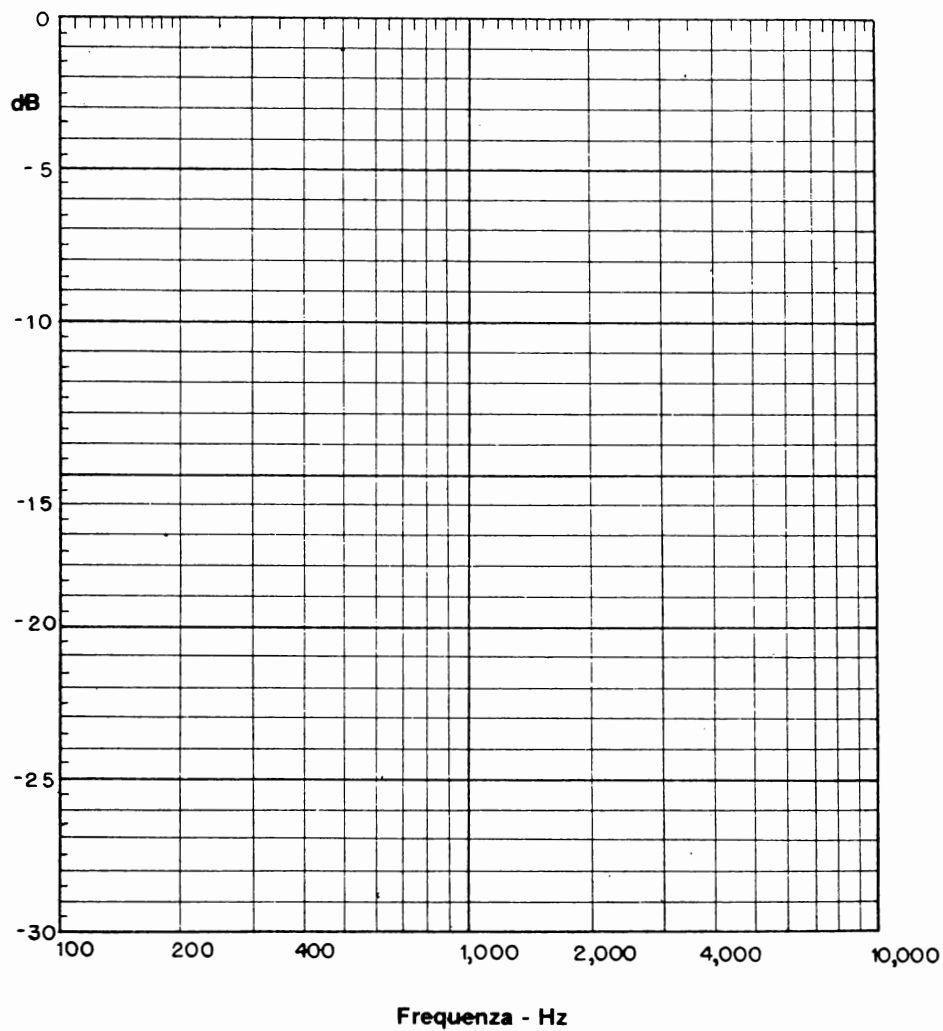
Passa 4

Sul diagramma di pag. 4-23, riportare i risultati dalle ultime due colonne del passo 3. Le due curve sono simili?

Le due curve dovrebbero coincidere. I valori in dB, in questo esperimento, sono stati *normalizzati*, sottraendo il guadagno nella banda passante; in questo modo, è facile confrontare la risposta dei filtri aventi differenti guadagni nella banda passante.

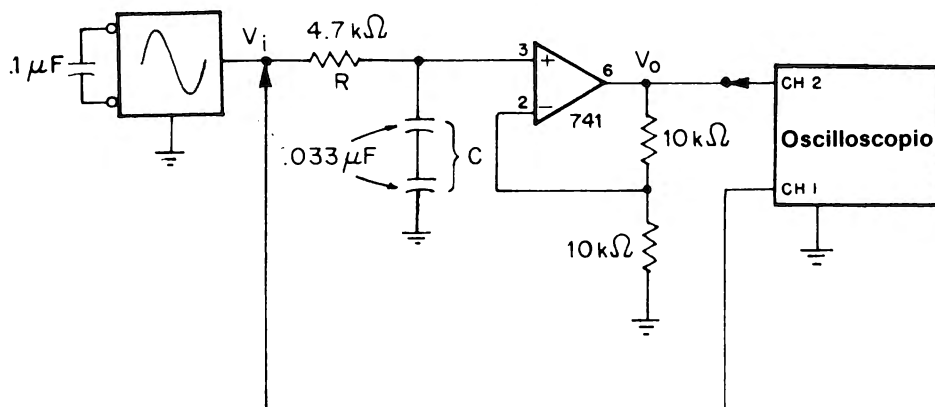
Passo 5

Conservate questo circuito, servirà nell'esperimento successivo.

0
dB
- 5
-10
-15
-20
-25
-30
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

ESPERIMENTO N. 3

Scopo

Questo esperimento analizza il concetto di cambiamento di frequenza.

Schema del circuito

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1: 200 mV/div
- Canale 2: 500 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

La frequenza di taglio ottenuta con questo circuito è

di 2 kHz. La sola differenza tra il circuito di questo esperimento e quello d'esperimento n° 2 è l'aggiunta di *due condensatori da 0,033μF in serie;* il condensatore che determina la frequenza è *dimezzato* a 0,0165 μF, e la frequenza di taglio sarà *due volte il valore precedente o 2 kHz. E' molto più semplice collegare in serie questi due condensatori che trovare un condensatore da 0,0165 μF!*

Passo 3

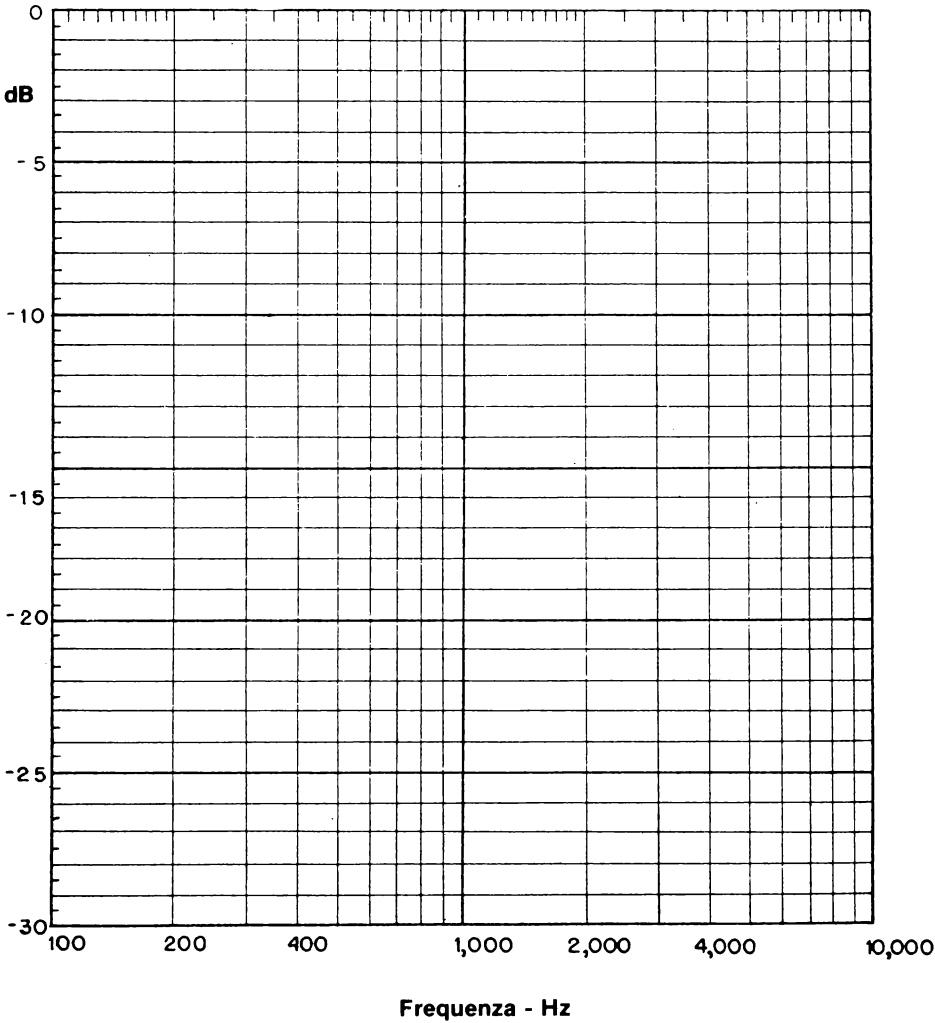
Collegare il circuito dello schema elettrico. Alimentare il circuito, tarare il segnale di ingresso a 1 Vpp e la frequenza a 200 Hz; completare la seguente tabella e riportando i vostri risultati sul diagramma di pag. 4-26.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno (dB)*	*Guadagno normalizzato (dB)*
200 Hz				
400				
600				
800				
1.000				
1.200				
1.400				
1.600				
1.800				
2.000				
4.000				
8.000				

Passo 4

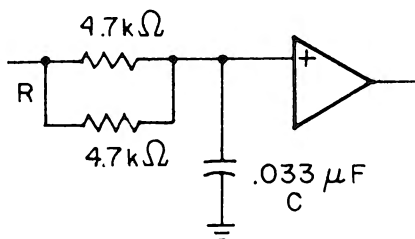
Per confrontare i risultati ottenuti con quelli di filtri con *frequenze di taglio diverse,*es. con quelle dell'esperimento n°2 (1 kHz), è necessario prima normalizzare la frequenza di ambedue i circuiti.

Per le frequenze ottenute nell'esperimento n°2, dividere tutte le frequenze per la frequenza di taglio (1 kHz) e per l'esperimento in corso dividere tutte le frequenze per la frequenza di taglio (2 kHz) completando la seguente tabella:

0
dB
- 5
-10
-15
-20
-25
-30
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Esperimento N. 2	*Esperimento N. 3*	*Frequenza normalizzata*	*Esperimento N. 2 Guadagno normalizzato (dB)*	*Esperimento N. 3 Guadagno normalizzato (dB)*
100 Hz	200 Hz	0,1		
200	400	0,2		
300	600	0,3		
400	800	0,4		
500	1.000	0,5		
600	1.200	0,6		
700	1.400	0,7		
800	1.600	0,8		
900	1.800	0,9		
1.000	2.000	1,0 (taglio)		
2.000	4.000	2,0		
4.000	8.000	4,0		

Se la tabella è eseguita correttamente i risultati nelle ultime due colonne sono approssimativamente gli stessi.

Passo 5

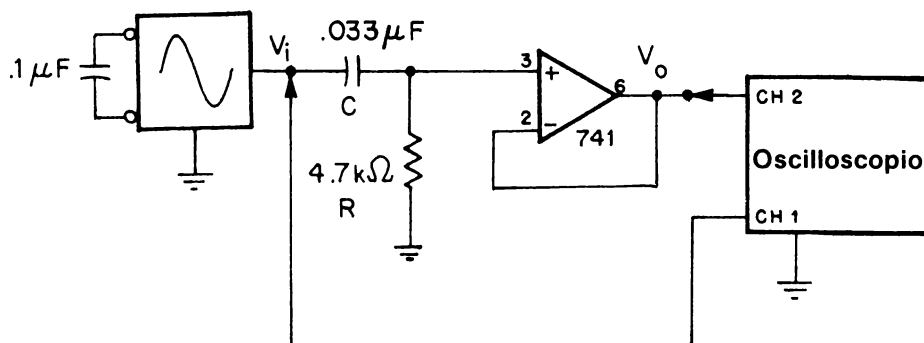
Come esercizio facoltativo, togliere uno dei condensatori da 0,033 μF dal circuito, collegare a massa il terminale libero e collegare un resistore da 4,7 kΩ in parallelo con il resistore da 4,7 kΩ già inserito nel circuito. Ciò è illustrato nello schema parziale seguente:

Ripetere ora i passi 3 e 4 di questo esperimento. I risultati concordano fra di loro?

I risultati concordano tra di loro. Infatti è stata raddoppiata la frequenza di taglio dell'esperimento 2, dimezzando il resistore che determina la frequenza invece di dimezzare il condensatore, i risultati devono essere approssimativamente gli stessi, quindi se il resistore è dimezzato e il condensatore è raddoppiato, la frequenza di taglio è logicamente la medesima.

ESPERIMENTO N. 4

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento di un filtro passa-alto di 1° ordine.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Risposta in ampiezza: $20 \log_{10} \left[\frac{f}{(1 + f^2)^{1/2}} \right]$

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 200 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema elettrico. Fornire alimentazione al circuito e aggiustare la tensione di ingresso a 1Vpp e la frequenza a 100 Hz.

Passo 3

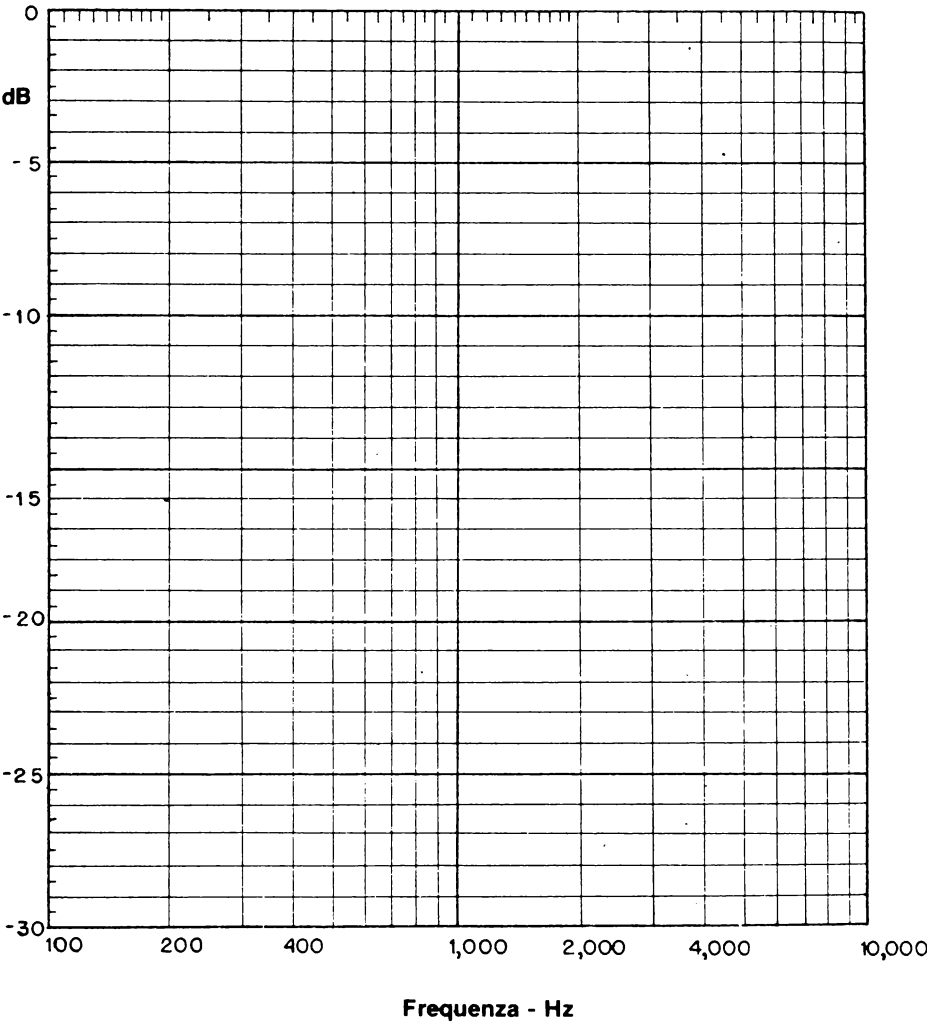
Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati sul diagramma di pagina 4-31.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico (dB)*
100				–20,0
200				–14,2
300				–10,8
400				–8,60
500				–6,99
600				–5,77
700				4,83
800				–4,09
900				–3,49
1.000				–3,01
2.000				–0,97
4.000				–0,26
5.000				–0,17
10.000				–0,04

Passo 4

Le differenze tra il circuito di questo esperimento e quello dell'esperimento precedente sono di due componenti che determinano la frequenza: R e C; esso sono stati semplicemente scambiati tra di loro. E' possibile confrontare la risposta di un filtro passa-alto a guadagno unitario con i filtri passa-basso corrispondenti usando *la trasformazione 1/f.*

Normalizziamo per prima la frequenza del passo 3 e per ottenere la risposta equivalente prendiamo poi il *reciproco* (es. 1/f) della *frequenza normalizzata del filtro passa-basso.*

0
dB
- 5
-10
-15
-20
-25
-30
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Ad esempio, il filtro passa-basso ha una frequenza normalizzata di 0,5 allora il reciproco è 1/0,5 = 2, questa è la frequenza normalizzata del filtro passa-alto.
Confrontare i risultati di questo esperimento con l'esperimento n° 1, completando la seguente tabella:

Frequenza passa-basso normalizzata	*Frequenza passa-basso equivalente normalizzata* (1/f)	*Esperimento n°1 Guadagno (dB)*	*Esperimento n°4 Guadagno (dB)*
0,1 (100 Hz)	10,0 (10.000 Hz)		
0,2 (200 Hz)	5,0 (5.000 Hz)		
0,5 (500 Hz)	2,0 (2.000 Hz)		
1,0 (1.000 Hz)	1,0 (1.000 Hz)		
2,0 (2.000 Hz)	0,5 (500 Hz)		
10,0 (10.000 Hz)	0,1 (100 Hz)		

Quindi possiamo concludere che conoscendo la risposta del filtro passa-basso, siamo in grado di determinare rapidamente la risposta del filtro passa-alto corrispondente, usando semplicemente la trasformazione 1/f. Naturalmente è possibile l'inverso: determinare la risposta di un passa-basso dalla risposta del passa-alto corrispondente.

CAPITOLO 5

FILTRI VCVS DI 2° ORDINE

INTRODUZIONE

In questo Capitolo inizierà la discussione del progetto di filtri attivi passa-basso e passa-alto di 2° ordine prendendo in considerazione filtri VCVS o generatori di tensione controllata (voltage controlled - voltage source). Poichè il filtro di 2° ordine ha una risposta fuori banda passante che è due volte migliore di un filtro di 1° ordine, è un blocco funzionale più importante nel progetto di filtri attivi di ordine più elevato.

OBIETTIVI

Alla fine di questo capitolo sarà possibile:

- Progettare e costruire filtri VCVS passa-basso e passa-alto sia a guadagno unitario che a componenti uguali.
- Usare tecniche di riduzione.

IL FILTRO PASSA-BASSO VCVS

Un semplice filtro passa-basso di 2° ordine è il generatore di tensione controllata (VCVS). Il circuito relativo è illustrato in figura 5-1 e si riferisce al *filtro di Sallen e Key.*

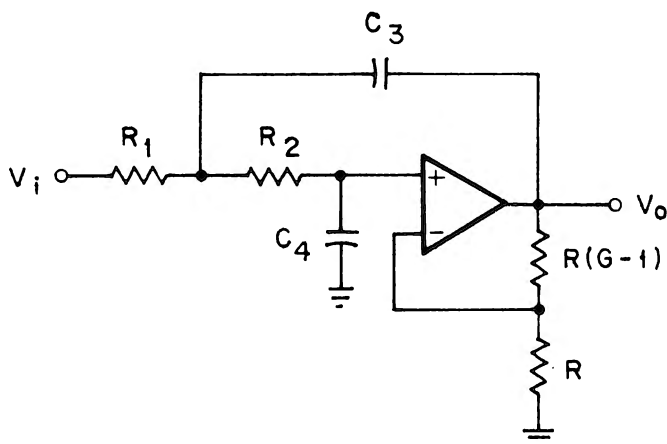



Figura 5-1

In questo circuito la frequenza di taglio è data da:

$$\omega_c = \frac{1}{(R_1R_2C_3C_4)^{1/2}} \qquad (5\text{-}1)$$

oppure

$$f_c = \frac{1}{2\pi(R_1R_2C_3C_4)^{1/2}} \qquad (5\text{-}2)$$

La risposta in frequenza di un qualsiasi filtro passa-basso avente un guadagno nella banda passante G, è:

$$dB = 20 \log_{10} G - 20 \log_{10} [\omega^4 + (\alpha^2 - 2)\omega^2 + 1]^{1/2} \qquad (5\text{-}3)$$

Tuttavia, prima di riportare su di un grafico la risposta in ampiezza, è necessario assegnare un valore adatto al parametro *α (fattore di smorzamento),* questo parametro interviene nell'andamento complessivo della risposta in ampiezza. In questo libro sarà considerata solo la risposta *Butterworth,* essendo quest'ultima di più facile comprensione e la migliore di tutte le risposte.

Per la risposta di Butterwort di 2° ordine $\alpha = 1{,}414$ e l'equazione 5-3 diventa

$$dB = 20 \log_{10} G - 20 \log_{10} [\ \omega^4 + 1\ ]^{1/2} \qquad (5\text{-}4)$$

La risposta in ampiezza è indicata in fig. 5-2 ed è facilmente riconducibile a un filtro Butterworth per la sua banda passante *massimamente piatta.* Nella banda di reiezione l'attenuazione ha pendenza doppia di quella di un filtro di 1° ordine; quindi la pendenza è di −12 dB/ottava o −40 dB/decade.

A questo punto è necessario dimensionare i valori dei resistori e dei condensatori del circuito VCVS di fig. 5-1. Considerando che vi sono un certo numero di combinazioni possibili, discuteremo due di queste possibilità:

- Filtro VCVS con guadagno unitario
- Filtro VCVS a componenti uguali

Se il guadagno nella banda passante è unitario e se $R_1 = R_2$, allora, usando una configurazione a inseguitore di tensione (voltage follower), $C_3 = 2\ C_4$. Per una frequenza di taglio di 1 rad/s.

$$R_1 = R_2 = 1\ \Omega$$

$$C_3 = 1{,}414\ F$$

$$C_4 = 0{,}707\ F$$

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

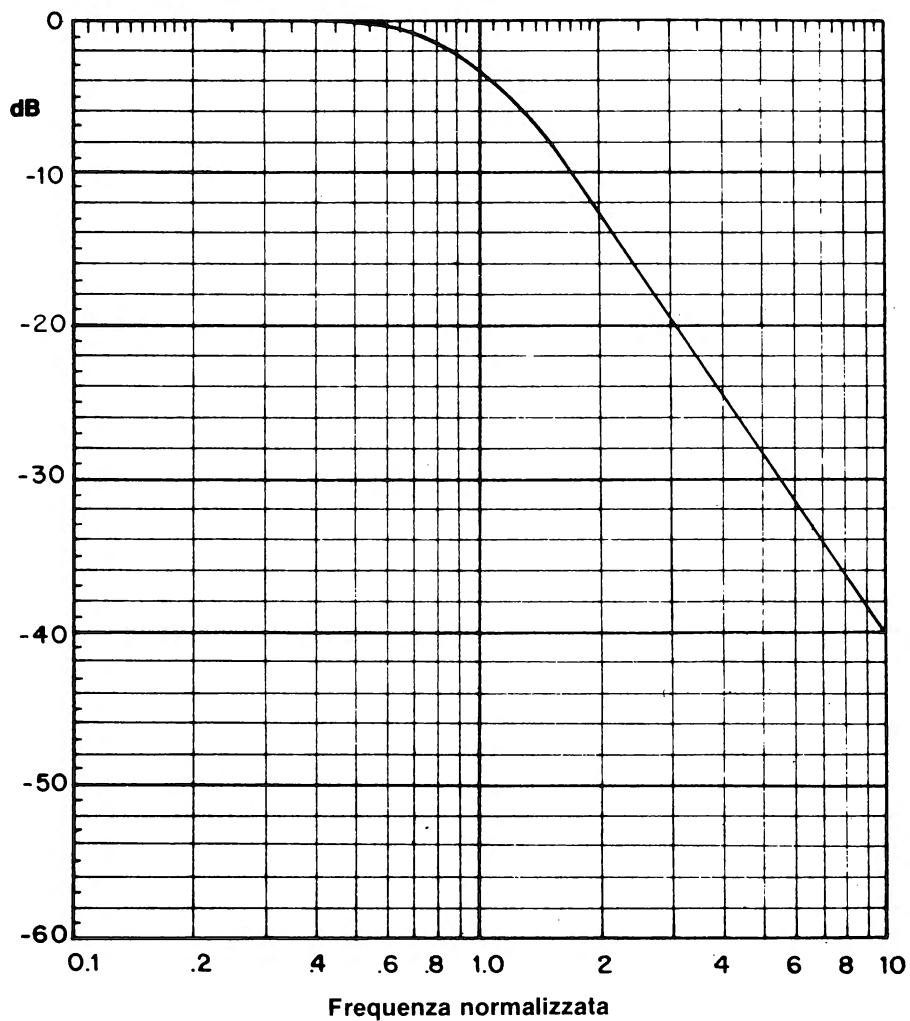



Figura 5-2

Si realizza quindi il circuito normalizzato di fig. 5-3; come già detto nel capitolo precedente, *il progetto delle sezioni di un filtro attivo è fatto su circuiti aventi una frequenza di taglio di 1 kHz e un livello di impedenza di 10 kΩ*. Tenendo presente questa regola, utilizziamo il circuito di fig. 5-4 per il progetto di un filtro VCVS passa-basso a guadagno unitario.

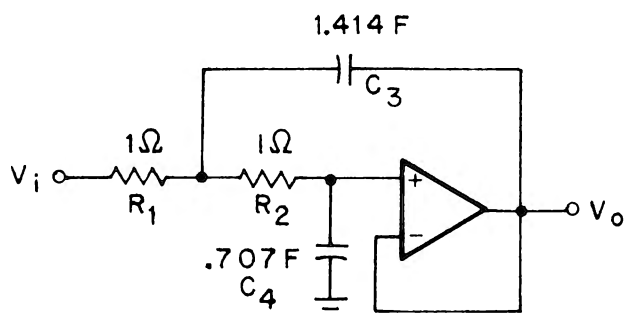



Figura 5-3

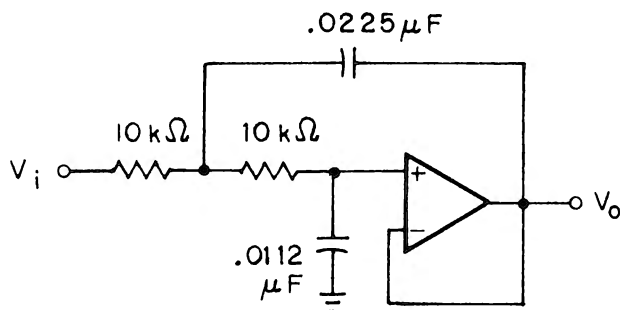



Figura 5-4

Esempio:

Dimensionare un filtro VCVS, passa-basso a 750 Hz avente un guadagno unitario nella banda passante.

Usando il circuito base di fig. 5-4, moltiplichiamo tutti i resistori che determinano la frequenza (R_1 e R_2) per 1,33 (1,33 = 1000/750) in modo che $R_1 = R_2$. 13,3 kΩ.
A questo punto, per modificare C_4 in un valore standard, ad esempio 0,01 μF dividiamo i nuovi valori di R_1 e R_2 per 0,89 (es. 0,89 = 0,01/0,0112) in modo che $R_1 = R_2 = 14{,}9$ kΩ.
Poichè $C_3 = 2C_4$, allora $C_3 = 0{,}02$ μF che equivale ad avere due condensatori da 0,01 μF in parallelo in modo che il circuito finale sarà simile a quello indicato in fig. 5-5.

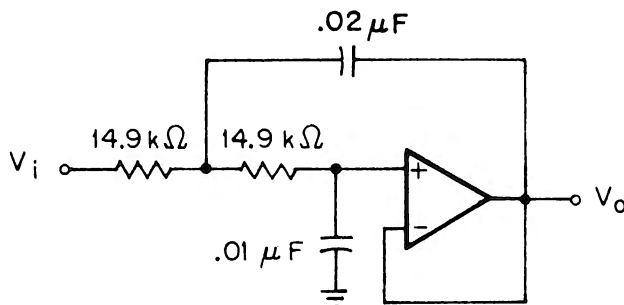



Figura 5-5

I calcoli di riduzione possono essere facilmente verificati utilizzando l'equazione 5-2 o:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\ [(14{,}9k\Omega)\ (14{,}9k\Omega)\ (0{,}01\mu F)\ (0{,}02\mu F)\ ]^{1/2}}$$

$$= 750 \text{ Hz}$$

In alternativa, se $R_1 = R_2$ e $C_3 = C_4$, abbiamo un filtro passa-basso a "componenti uguali", come indicato in fig. 5-6, per una frequenza normalizzata $\omega = 1$ rad/s.
Tuttavia esiste una contropartita al vantaggio di avere resistori e condensatori uguali. Il guadagno nella banda passante sarà fissato a un valore uguale a

C μF
1
.068
.047
.033
.022
.015
.01
.01
.0068
.0047
.0033
.0022
.0015
.001
.001
100 Hz
1 kHz
10 kHz
Frequenza di taglio
R
1K
1.2K
1.5K
1.8K
2.2K
2.7K
3.3K
3.9K
4.7K
5.6K
6.8K
8.2K
10K
12K
15K
18K
22K
27K
33K
39K
47K
56K
68K
82K
100K

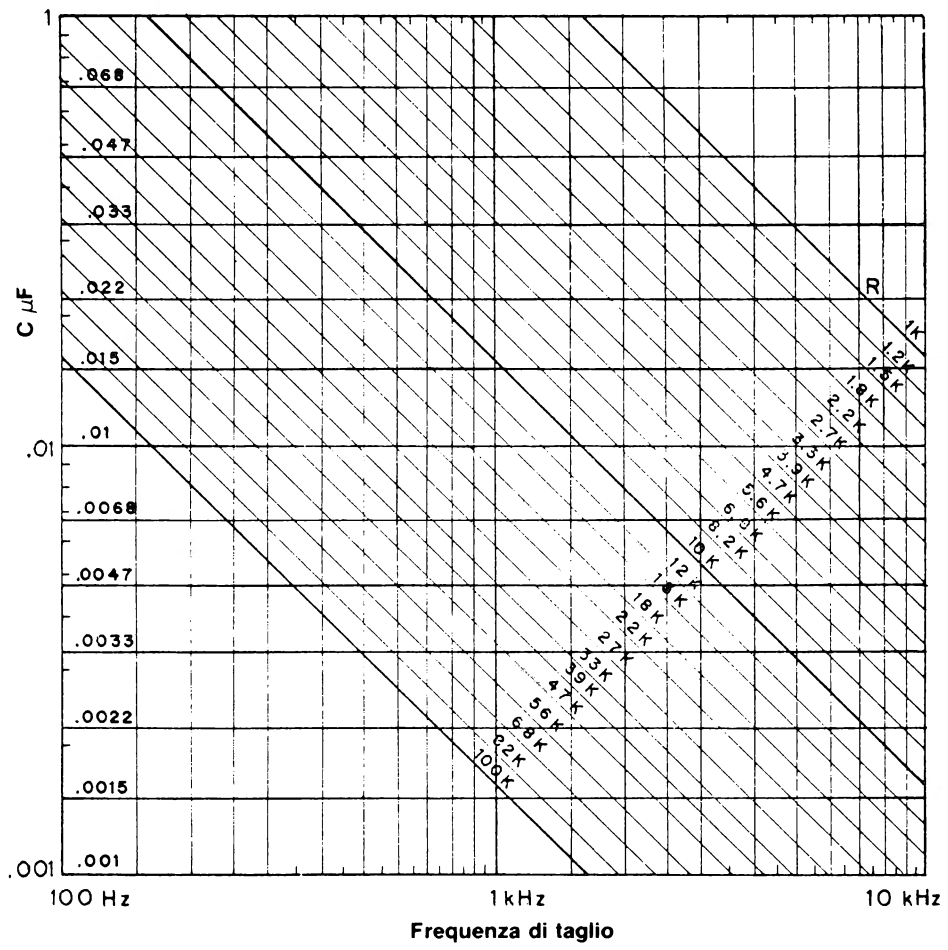



Figura 5-9

IL FILTRO PASSA-ALTO VCVS

Come per i filtri di 1° ordine, invertendo semplicemente i resistori (R_1 e R_2) con i condensatori (C_3 e C_4) della fig. 5-1, otteniamo ora il filtro passo-alto VCVS di 2° ordine indicato in fig. 5-10.

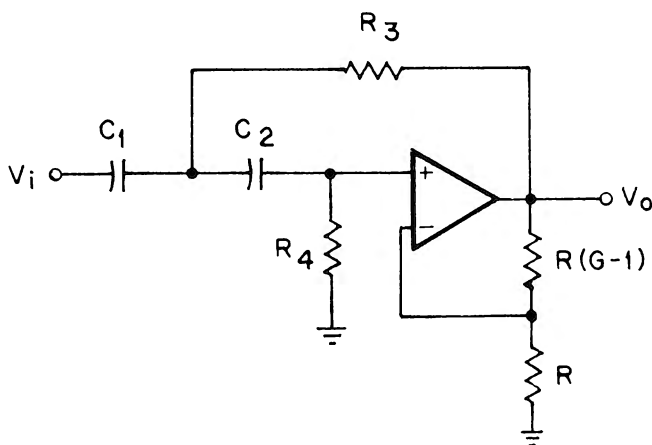



Figura 5-10

Per questo circuito la frequenza di taglio è data da:

$$\omega_c = \frac{1}{(R_3 R_4 C_1 C_2)^{1/2}} \tag{5-6}$$

oppure

$$f_c = \frac{1}{2\pi (R_3 R_4 C_1 C_2)^{1/2}} \tag{5-7}$$

Ai fini del calcolo, la risposta in ampiezza di questo filtro VCVS è data da

$$dB = 20 \log_{10} G - 20 \log_{10} \left[(1/\omega)^4 + \frac{\alpha^2 - 2}{\omega^2} + 1 \right]^{1/2} \tag{5-8}$$

Poichè per ottenere una risposta di Butterworth di 2° ordine $\alpha = 1{,}414$, l'equazione 5-8 diventa:

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

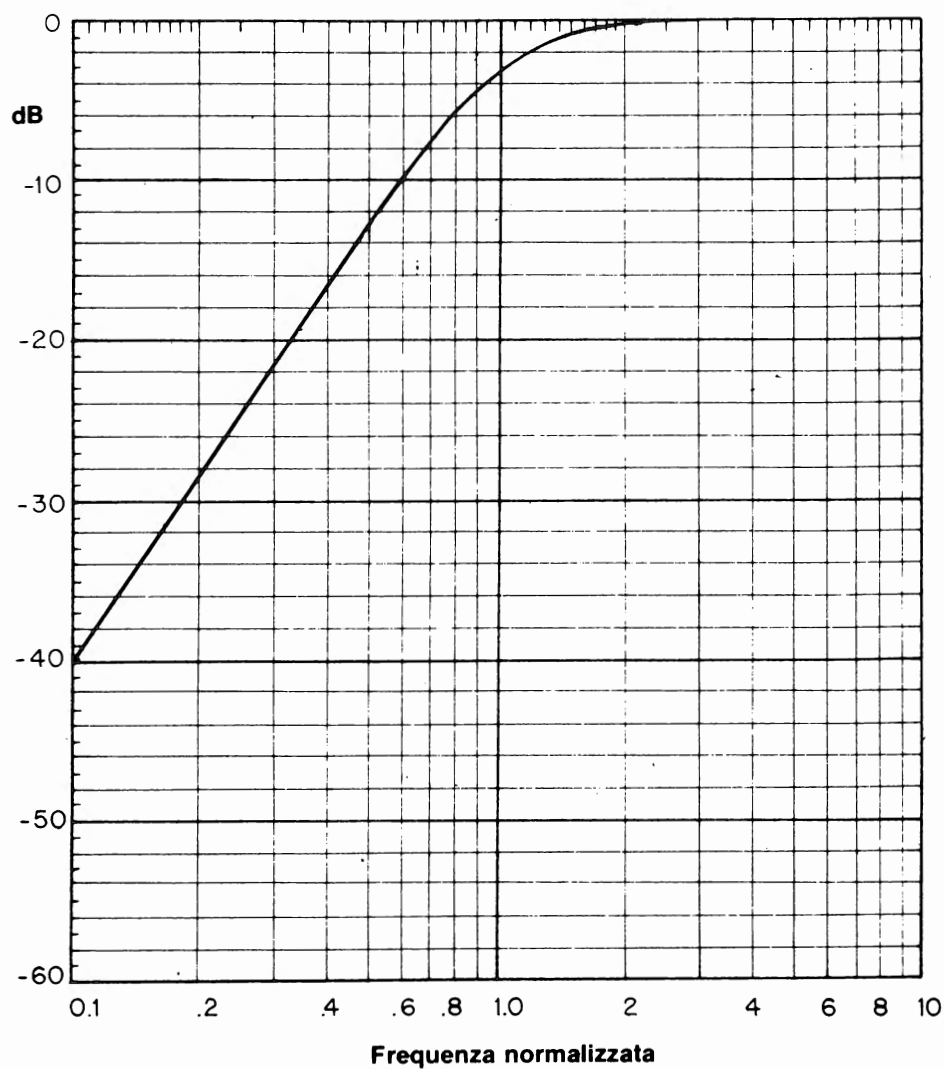



Figura 5-11

$$dB = 20 \log_{10} G - 20 \log_{10} [(1/\omega)^4 + 1]^{1/2} \quad (5\text{-}9)$$

ed è riportata in fig. 5-11 per una frequenza di taglio normalizzata di $\omega/\omega_c = 1$. Nella banda di reiezione, l'andamento dell'attenuazione è di + 12 dB/ottava, o + 40 dB/decade.

Come in precedenza, possiamo avere diverse possibilità nella scelta di R e C. Per un guadagno unitario nella banda passante (0 dB), è più semplice fissare $C_1 = C_2$ in modo che $R_4 = 2R_3$.
Per una frequenza di taglio di 1 rad/s.

$$C_1 = C_2 = 1F$$

$$R_3 = 0{,}707\ \Omega$$

$$R_4 = 1{,}414\ \Omega$$

ne risulta il circuito normalizzato di fig. 5-12. In fig. 5-13

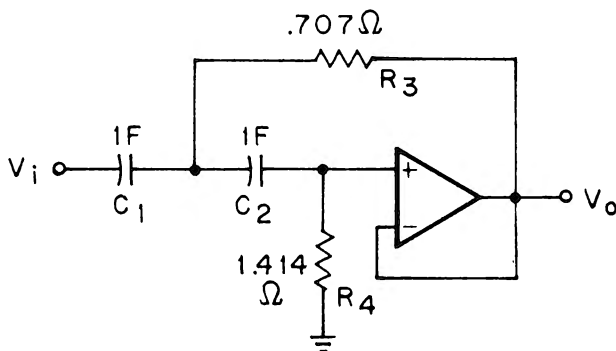



Figura 5-12

abbiamo lo stesso circuito, ma normalizzato per una frequenza di taglio di 1 kHz e un livello di impedenza di 10 kΩ.

Come il filtro passa-basso VCVS, esiste anche un filtro a "componenti uguali" VCVS passa-alto, dove $R_3 = R_4$ e $C_1 = C_2$; il guadagno in questo tipo di circuito per avere una risposta di Butterworth è fissato a 3 - α o 1,586.

La figura 5-14 ha una frequenza di taglio di 1 rad/s mentre la fig. 5-15 è per una frequenza di taglio di 1 kHz.

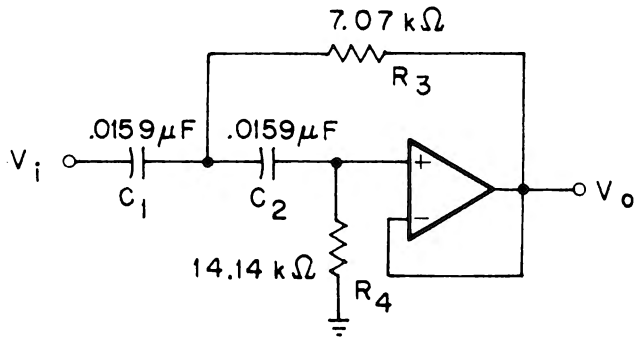



Figura 5-13

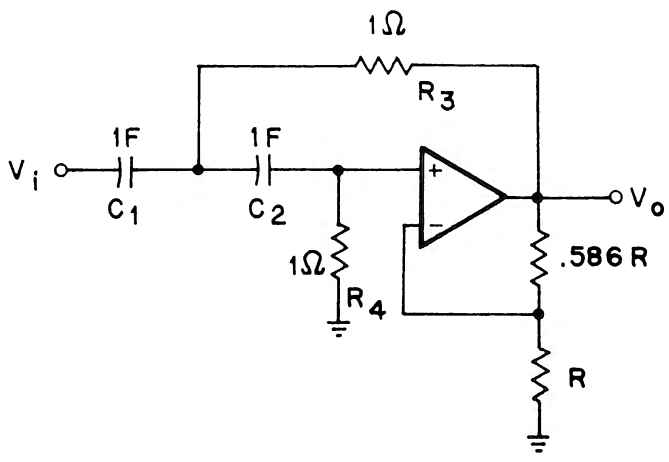



Figura 5-14

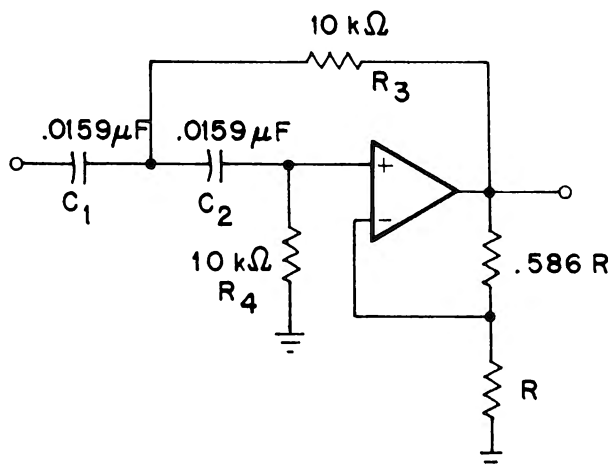



Figura 5-15

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

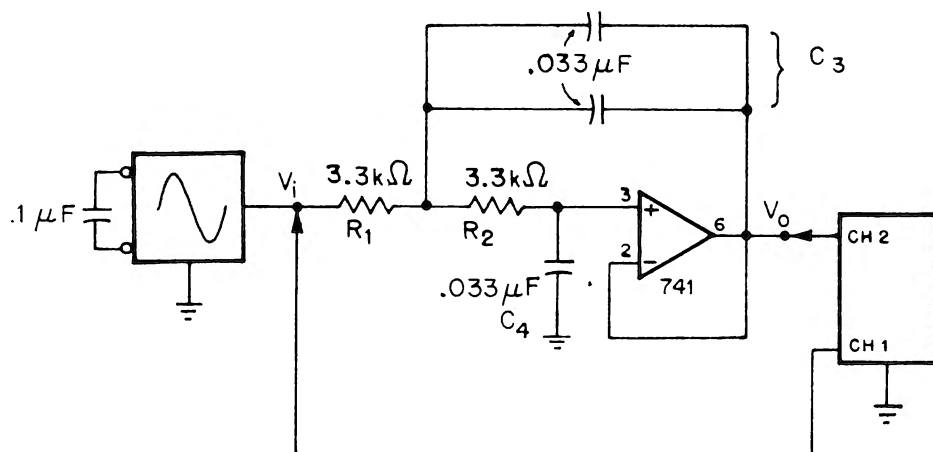
I due esperimenti che seguono sono stati progettati per dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro VCVS di 2° ordine (Sallen & Key). Gli esperimenti proposti possono essere riassunti come segue:

Esperimento No.	Scopo
1	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro Butterworth VCVS di 2° ordine a guadagno unitario.
2	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro Butterworth di 2° ordine a "componenti uguali".

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento e il dimensionamento di un filtro passa-basso Butterworth di 2° ordine VCVS (Sallen & Key) con guadagno unitario nella banda passante.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Frequenza di taglio: } f_c = \frac{1}{2\pi(R_1R_2C_3C_4)^{1/2}}$$

dove: $R_1 = R_2$ e $C_3 = 2C_4$

per guadagno unitario nella banda passante

$$\text{Risposta in ampiezza: } 20 \log_{10} \left[\frac{1}{(1 + f^4)^{1/2}} \right]$$

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 200 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato nello schema. Collegare l'alimentazione e tarare la tensione di ingresso a 1 Vpp e la frequenza a 100 Hz.

Passo 3

Con i valori indicati dallo schema determinare la frequenza di taglio.

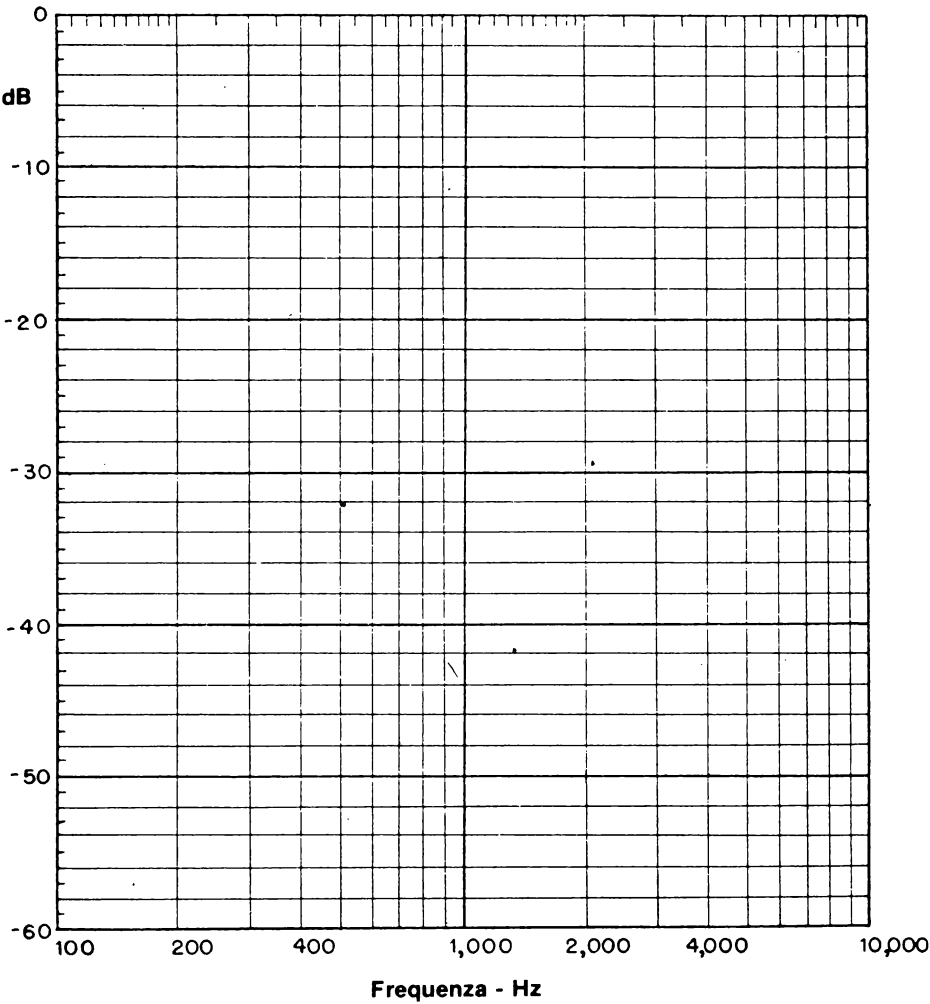
La frequenza di taglio sarà 1,033 Hz, ricordando che due condensatori da 0,033 μF in parallelo equivalgono a 0,066 μF. Per questo esperimento approssimiamo la frequenza di taglio a *1000 Hz.*

Passo 4

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo sul diagramma.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico* (dB)*
100 Hz				≃ 0
200				−0,01
400				−0,11
600				−0,53
800				−1,49
1.000				−3,01
2.000				−12,3
4.000				−24,1
8.000				−36,1
10.000				−40,0

*Riferito per semplicità,ad una frequenza di taglio di 1 kHz.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Passo 5

Per confrontare le risposte di filtri passa-basso a guadagno unitario di 1° e 2° ordine riportare i risultati delle ultime due colonne su questo diagramma. Dove differiscono le due curve?

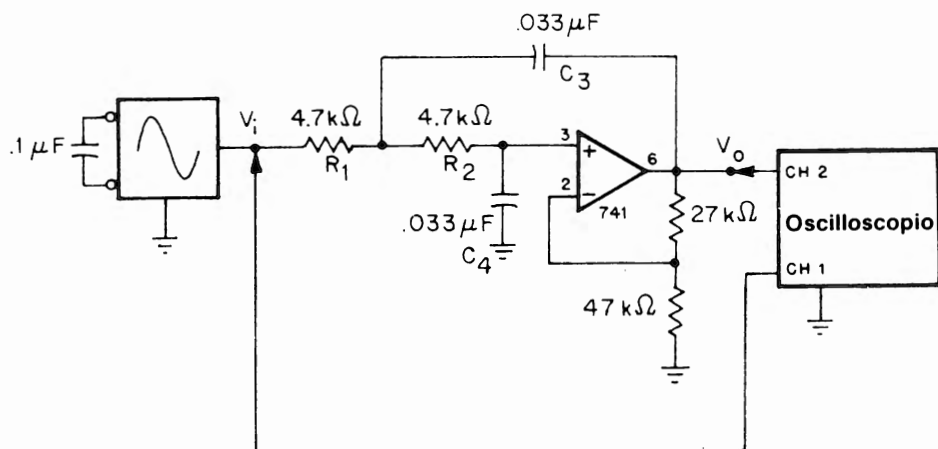
La curva di 2° ordine di questo esperimento ha una pendenza nella banda di reiezione che è due volte quella della curva di 1° ordine; notiamo che ambedue si intersecano a −3 dB quando la frequenza è 1 kHz. Al di là della frequenza di 1 kHz, qual'è la pendenza (la velocità di diminuzione) della risposta del filtro di 2° ordine determinata sperimentalmente?.

I risultati sperimentali dovranno essere approssimativamente −12 dB/ottava (−40 dB/decade). Le due frequenze significative, già determinate in precedenza sono 4 kHz e 8 kHz e sono separate di 1 ottava.
Di conseguenza, la differenza della risposta in questi due punti sarà −12 dB. Dall'ultima colonna nella tabella del passo 4 la diminuzione è di −24,1 dB −36,1 dB o −12 dB.

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzinamento e il progetto di un filtro passa-basso a componenti uguali VCVS.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Frequenza di taglio } f_c = \frac{1}{2\pi(R_1R_2C_3C_4)^{1/2}}$$

dove $R_1 = R_2$
e $C_3 = C_4$

Guadagno: fissato a $3\text{-}\alpha = 1{,}586$ per ottenere una risposta Butterworth α deve essere uguale a 1,414.

$$\text{Risposta in ampiezza: } 20 \log_{10} \left[\frac{1{,}586}{[1 + (f)^4]^{1/2}}\right]$$

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1: 200 mV/div
- Canale 2: 500 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

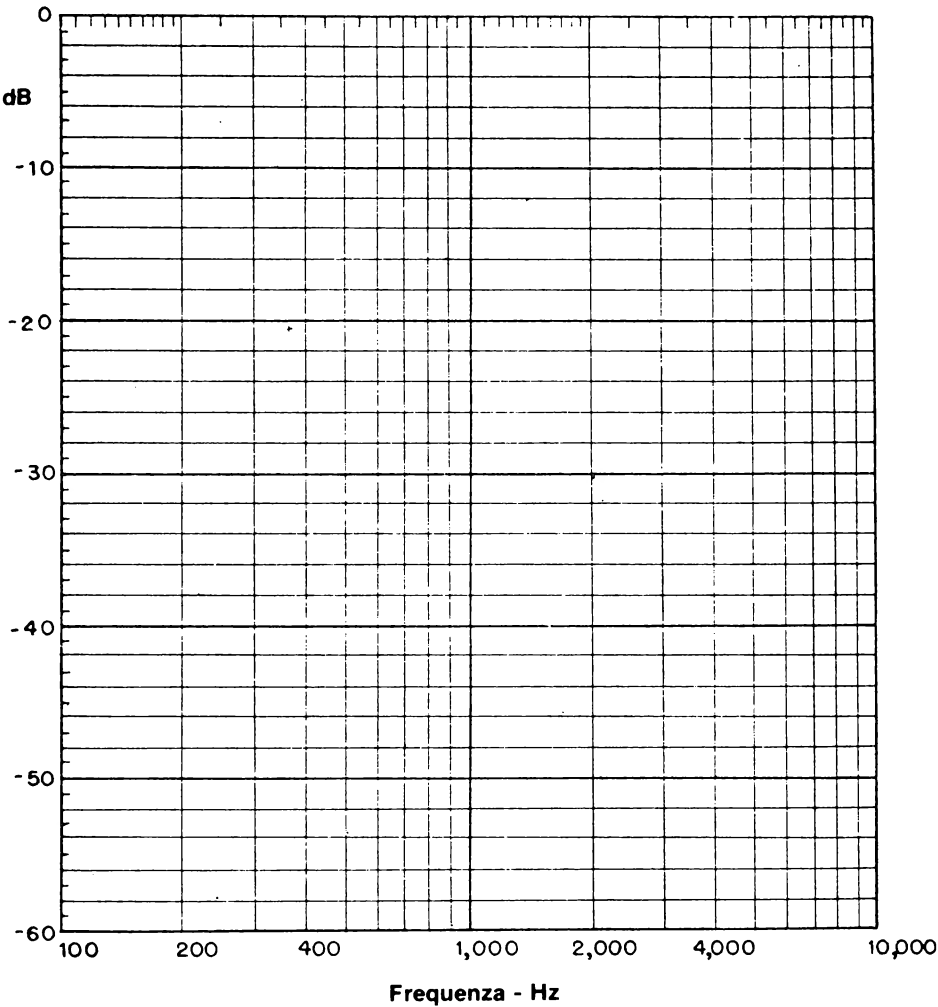
Collegare il circuito indicato nello schema. Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare la tensione di ingresso a 1 Vpp e la frequenza a 100 Hz.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella riportando i risultati sul diagramma, nello spazio in bianco previsto per questo scopo. Per completare l'ultima colonna, *sottrarre il guadagno misurato a 100 Hz (guadagno nella banda passante) dal guadagno in dB per ciascuna frequenza misurata.* Riportare sul diagramma i risultati *dalla prima all'ultima colonna,*

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno (dB)*	*Guadagno normalizzato (dB)*
100 Hz				
200				
400				
600				
800				
1.000				
2.000				
4.000				
8.000				
10.000				

5-20

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Passo 4

Determinare il guadagno nella banda passante. Deve coincidere con il valore calcolato (con un'approssimazione del 10%).

Si sarà misurato un guadagno in banda passante (100 Hz) approssimativamente di 1,58 (+ 4 dB). Questo è il solo valore di guadagno che permette a questo filtro passa-basso di 2° ordine di avere una risposta secondo Butterworth.
Dalla sezione "Formule di progetto" il guadagno di tensione è fissato a $3 - \alpha$, dove $\alpha =$ 1,414.

Passo 5

A questo punto, sullo stesso diagramma riportare i risultati del passo 4 dell'esperimento precedente confrontando le due curve. Dove queste due curve sono simili?

Le due curve devono essere quasi parallele, poichè hanno pressapoco la stessa frequenza di taglio. La sola differenza ε che il guadagno in banda passante di questo esperimento è di + 4 dB più grande del guadagno in banda passante del circuito dell'esperimento precedente.

CAPITOLO 6

FILTRI A REAZIONI MULTIPLE DI 2° ORDINE

INTRODUZIONE

In questo Capitolo sarà descritto un filtro di 2° ordine avente la stessa risposta in ampiezza normalizzata de filtro VCVS (Sallen & Key). Tuttavia, nella pratica corrente, il filtro VCVS viene preferito specialmente nella realizzazione dei filtri di ordine superiore descritti nel capitolo successivo. D'altra parte il filtro a reazione multipla è fondamentale per il suo largo impiego nel progetto dei filtri attivi passa-banda (Capitolo 8).

OBIETTIVI

Al termine di questo capitolo sarà possibile:

- Progettare e costruire filtri attivi di 2° ordine e reazioni multiple.
- Confrontate il progetto dei filtri VCVS con quello dei filtri a reazioni multiple.

IL FILTRO PASSA-BASSO A REAZIONI MULTIPLE

Il circuito di un filtro passa-basso a reazioni multiple è indicato in fig. 6-1. Vi sono due differenze fondamentali tra questo circuito e il filtro VCVS.

- Un collegamento di reazione aggiuntivo, da cui il nome *filtro a reazione multipla*.
- Gli amplificatori operazioni sono connessi nella configurazione *invertente*.

In questo circuito la frequenza di taglio è determinata da:

$$\omega_C = \frac{1}{(R_2R_4C_3C_5)^{1/2}} \tag{6-1}$$

oppure

$$f_C = \frac{1}{2\pi(R_2R_4C_3C_5)^{1/2}} \tag{6-2}$$

Per calcolare la risposta in ampiezza, la relazione è la medesima dell'equazione 5-3, che si riduce all'equazione 5-4 o:

$$dB = 20 \log_{10}G - 20 \log_{10} [\omega^4 + 1]^{1/2} \qquad (6\text{-}3)$$

per una risposta di 2° ordine Butterworth. Il quadagno in tensione nella banda passante è determinato soltanto dal rapporto di R_1 e R_4, in modo che:

$$G = \frac{R_4}{R_1} \qquad (6\text{-}4)$$

Abbiamo ora un componente in più che determina la frequenza rispetto al filtro VCVS. Di conseguenza, la determinazione del valore dei componenti per il circuito di fig. 6-1 diventa complicata, a meno che non si introducano alcune semplificazioni.

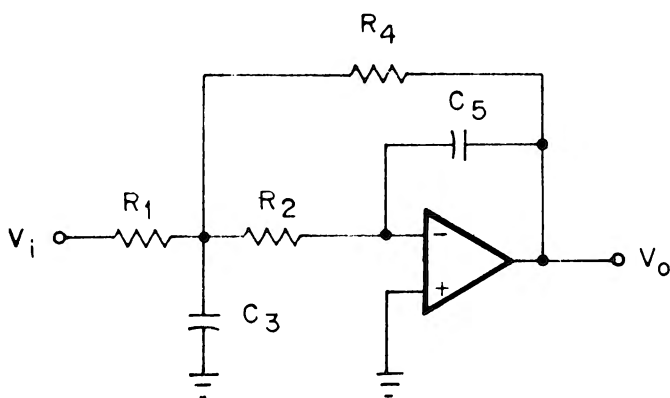



Figura 6-1

Se il guadagno nella banda passante deve essere unitario la frequenza di taglio è di 1 rad/s ; quindi, per avere allora una risposta Butterworth, in questo filtro si deve avere:

$$R_1 = R_2 = R_4 = 1\Omega$$

$$C_3 = 2{,}12F$$

$$C_5 = 0{,}471F$$

Per ottenere il circuito a 1 rad/s –1Ω di fig. 6-2.

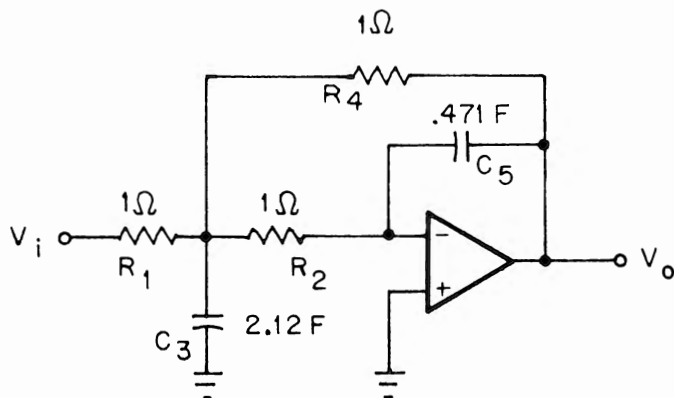



Figura 6-2

Come nei due capitoli precedenti, nel *progettare* i filtri, si è molto più facilitati utilizzando un circuito di filtro normalizzato a una frequenza di taglio di 1 kHz e un livello di impedenza di 10 kΩ come indicato in fig. 6-3.

A meno che non vengano tolte tutte le limitazioni ai componenti della rete di fig. 6-1 quelli indicati sono i soli valori possibili. Tuttavia, al fine di ottenere una risposta Butterworth, il guadagno viene fissato a 1, non esiste praticamente altra possibilità!

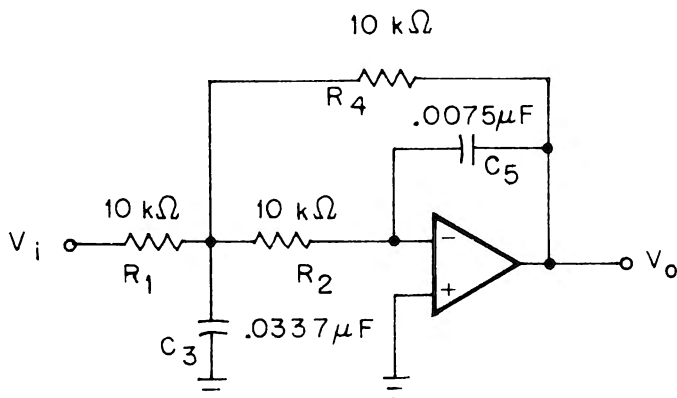



Figura 6-3

Esempio:

Progettare un filtro passa-basso a reazione multipla da 500 Hz con guadagno unitario in banda passante.

Poiché la frequenza di taglio è 500 Hz, moltiplichiamo tutti i resistori che determinano la frequenza (es. R_2 e R_4 di fig. 6-3) per 2 (es. 1000 Hz/500 Hz) in modo che $R_1 = R_2 = R_4 = 20$ kΩ.
Per cambiare i condensatori che determinano la frequenza nei valori standard, fissiamo il nuovo valore del condensatore C_5, per es. a 0,022 μF. Allora C_3 viene moltiplicato per il rapporto tra il nuovo valore di C_5 e il suo valore originale o 2,93 (es. 0,022/0,0075), ottenendo $C_3 = 0{,}1\mu F$. A questo punto i resistori R_1, R_2 e R_4 vengono divisi per 2,93 ottenendo 6,8 kΩ.

Prima di proseguire, possiamo verificare che le trasformazioni precedenti sono esatte, usando l'equazione 6-2

$$f_c = \frac{1}{(6{,}28)\ [(6{,}8k\Omega)\ (6{,}8k\Omega)\ (0{,}1\mu F)\ (0{,}022\mu F)]^{1/2}}$$

$$= 499 \text{ Hz}$$

che è un valore sufficientemente preciso per qualsiasi applicazione pratica. Il circuito finale, usando resistori al 5%, è indicato in fig. 6-4.

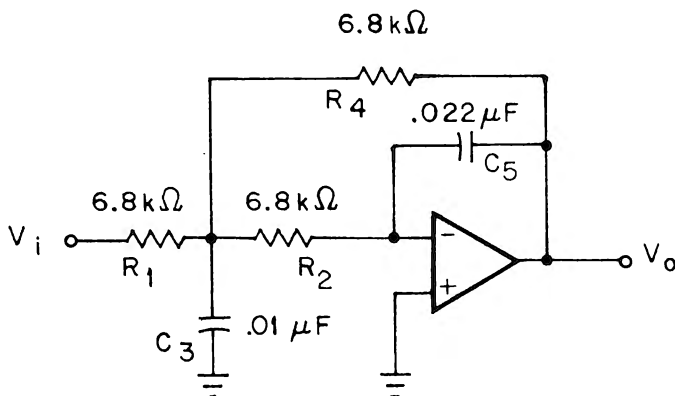



Figura 6-4

IL FILTRO PASSA-ALTO A REAZIONI MULTIPLE

Nei due capitoli precedenti, il filtro passa-alto corrispondente era ottenuto scambiando semplicemente la posizione dei resistori determinanti la frequenza con i condensatori e viceversa. La stessa cosa si applica nella formazione del filtro passa-alto a reazioni multiple di fig. 6-5. In termini di parametri del circuito, la frequenza di taglio è:

$$\omega_c = \frac{1}{[R_3R_5C_2C_4]^{1/2}} \qquad (6\text{-}5)$$

oppure

$$f_c = \frac{1}{2\pi \, [R_3R_5C_2C_4]^{1/2}} \qquad (6\text{-}6)$$

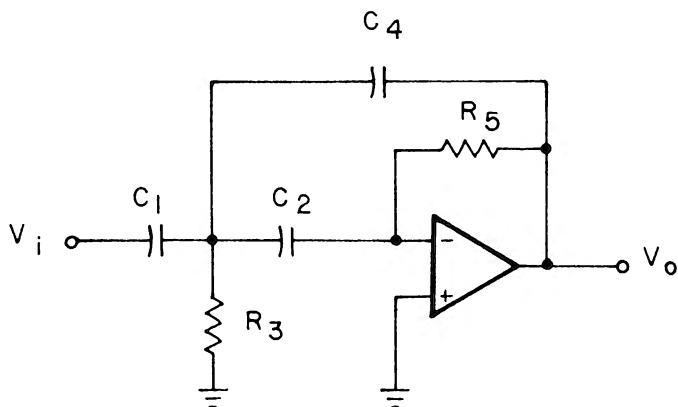



Figura 6-5

La risposta in ampiezza è la medesima dell'equazione 5-9

$$dB = 20 \log_{10}G - 20 \log_{10} [(1/\omega)^4 + 1]^{1/2} \tag{6-7}$$

per una risposta Butterworth di 2° ordine.

Questo circuito passa-alto differisce da tutti gli altri circuiti con amplificatori operazionali. *Il guadagno nella banda passante è stabilito dal rapporto di due condensatori, anziché di due resistori, in modo che:*

$$G = \frac{C_4}{C_1} \tag{6-8}$$

Al fine di semplificare la scelta dei componenti del circuito, è necessario ricorrere a dei compromessi. Di conseguenza, il solo compromesso "ragionevole" è di ridimensionare un *filtro a reazioni multiple a guadagno unitario* in modo che i 3 condensatori siano uguali. Con una frequenza di taglio di 1 rad/s. otteniamo i valori dei componenti indicati in fig. 6-6.

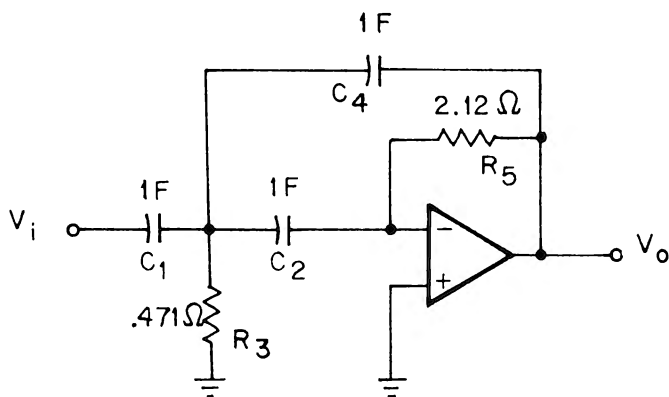



Figura 6-6

Tuttavia, per dimensionare un filtro passa-alto di 2° ordine a reazioni multiple, è più conveniente usare il circuito a guadagno unitario - 1kHz di fig. 6-7.

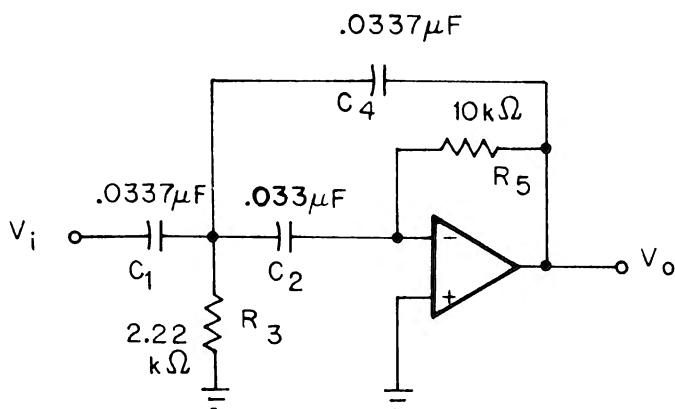



Figura 6-7

OSSERVAZIONI

Il progetto di filtri passa-basso e passa-alto a reazioni multiple è un po' più complicato dei filtri di 2° ordine VCVS del capitolo 5. Ciò è vero in particolare quanto si voglia shiftare con facilità il valore della frequenza di taglio senza cambiare il guadagno nella banda passante e la risposta tipo Butterworth. Questo è l'inconveniente introdotto dall'uso dell'op-amp in configurazione invertente.

In pratica, il filtro VCVS è preferito nella realizzazione sia di filtri passa-basso che di filtri passa-alto e in particolar modo dei filtri di ordine superiore del capitolo successivo. Tuttavia, come discuteremo nel Capitolo 8, la configurazione base del circuito a reazioni multiple è la migliore soluzione nella realizzazione di *filtri passa-banda*.

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

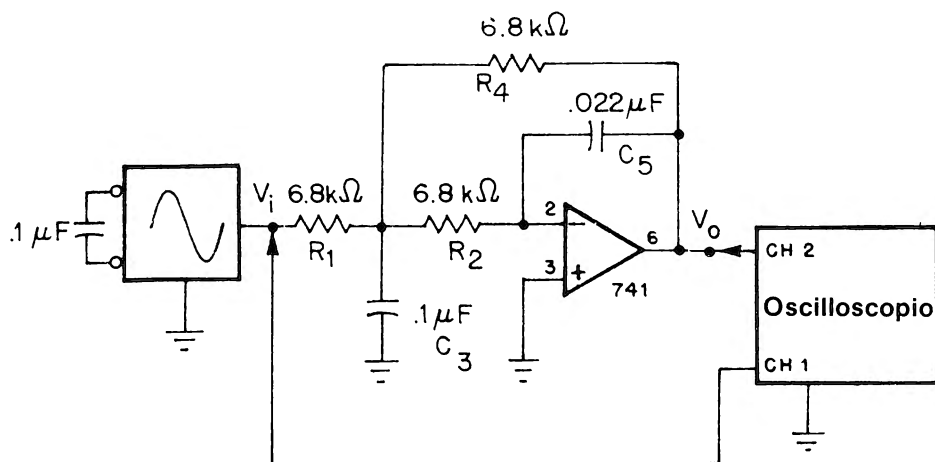
I due esperimenti che seguono sono stati progettati per dimostrare il funzionamento e il progetto di filtri passa-basso e passa-alto a reazioni multiple. Questi esperimenti possono essere riassunti come segue:

Esperimento N.	Scopo
1	Dimostrare il funzionamento e il progetto di filtri di 2° ordine passa-basso a guadagno unitario nella banda passante.
2	Dimostrate il funzionamento e il progetto di un filtro passa-alto di 2° ordine a guadagno unitario nella banda passante.

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento analizza il funzionamento ed il progetto di un filtro passa-basso di 2° ordine a reazioni multiple con guadagno unitario nella banda passante e una curva di risposta tipo Butterworth.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_C = \dfrac{1}{2\pi [R_2 R_4 C_3 C_5]^{1/2}}$

dove, per avere una risposta di tipo Butterworth, $R_2 = R_4$ e $C_3 = 4{,}5\, C_5$

Guadagno nella banda passante $G = \dfrac{R_4}{R_1} = 1{,}0$ per una risposta di tipo Butterworth

Risposta in ampiezza: $-20 \log_{10} [1 + (f)^4]^{1/2}$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,5V/div
- Base dei tempi: 1ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito dello schema e regolare la tensione di ingresso a 2Vpp alla frequenza di 100 Hz.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo sul digramma.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
100 Hz			
200			
300			
400			
500			
600			
700			
800			
900			
1.000			
2.000			
3.000			
4.000			
5.000			

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Dal diagramma o dalla tabella, determinare il valore della frequenza di taglio, confrontandolo con il valore calcolato.

La frequenza calcolata, in accordo con la formula data nella sezione "formule di progetto" di questo esperimento, è 499 Hz. Per semplicità si arrotonda a 500 Hz.

Passo 4

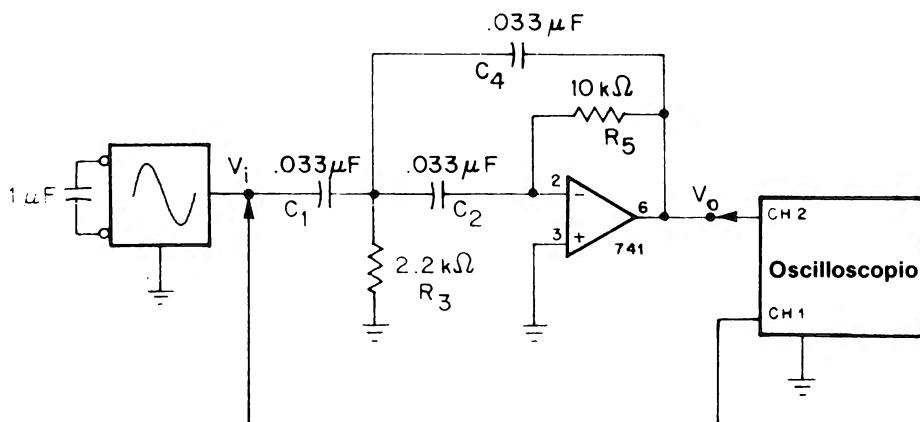
Sottrarre il guadagno misurato a 2 kHz dal valore misurato a 4 kHz (1 ottava). E' un filtro passa-basso di 2° ordine?

La risposta in ampiezza per questa ottava sarà precisamente uguale a 12dB; questa è la caratteristica della risposta di un passa-basso di 2° ordine.

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento e il progetto di un filtro passa-alto di 2° ordine a reazioni multiple con guadagno unitario nella banda passante e risposta in ampiezza di tipo Butterworth.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_C = \dfrac{1}{2\pi[R_3 R_5 C_2 C_4]^{1/2}}$

dove, per avere una risposta di Butterworth, $R_5 = 4{,}5\ R_3$ e $C_2 = C_4$

Guadagno nella banda passante: $G = \dfrac{C_4}{C_1} = 1{,}0$

Risposta in ampiezza: $-\ 20\ \log_{10}\ [1 + (1/f)^4]^{1/2}$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1: 0,5V/div
- Canale 2: 10mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato nello schema. Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare la tensione di ingresso a 2 Vpp aila frequenza di 100 Hz.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo sul diagramma.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
100 Hz			
200			
300			
400			
500			
600			
700			
800			
900			
1.000			
2.000			
3.000			
4.000			
5.000			

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

6-16

Determinare dal diagramma o dalla tabella il valore della frequenza di taglio confrontandoli con il valore calcolato.

La frequenza, in accordo con la formula data è di 1028 Hz.

CAPITOLO 7

FILTRI DI ORDINE SUPERIORE

INTRODUZIONE

In questo Capitolo si analizzerà il progetto di filtri Butterworth di ordine superiore passa-basso e passa-alto mediante il corretto collegamento in cascata di celle di filtro di 1° e 2° ordine.

OBIETTIVI

Al termine di questo capitolo sarete in grado di:

- Collegare correttamente in cascata celle di filtro
- Progettare e realizzare filtri passa-basso e passa-alto Butterworth di ordine superiore al 2°.

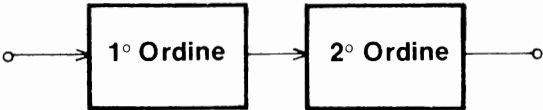
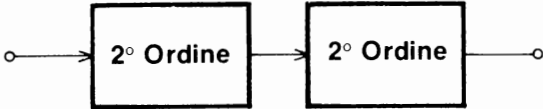
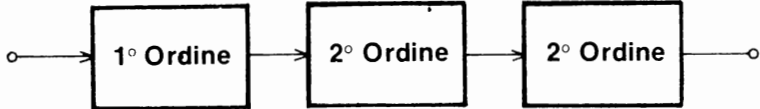
COLLEGAMENTO IN CASCATA

I filtri attivi di ordine superiore al secondo sono formati collegando opportunamente in serie, o *in cascata*, celle (o sezioni) di filtro di 1° e 2° ordine. Come indicato in fig. 7-1, un filtro di 4° ordine è ottenuto collegando in cascata due celle di 2° ordine. Osserviamo tuttavia che quando è necessario collegare in cascata 2 filtri di 2° ordine, *le due sezioni non sono 2 sezioni identiche.*

Per collegare in cascata le celle singole e ottenere l'ordine richiesto, i fattori di smorzamento per ciascuna cella devono essere uguali a quelli dati nella tabella 7-1.*

Tabella 7-1

Ordine	*1ª Cella*	*2ª Cella*	*3ª Cella*
1	1,000	-	-
2	1,414	-	-
3	1,000	1,000	-
4	1,848	0,765	-
5	1,000	1,618	0,618
6	1,932	1,414	0,518

* La definizione di questi fattori di smorzamento è riportata nella Appendice C.

3° ORDINE
1° Ordine
2° Ordine
4° ORDINE
2° Ordine
2° Ordine
5° ORDINE
1° Ordine
2° Ordine
2° Ordine
6° ORDINE
2° Ordine
2° Ordine
2° Ordine

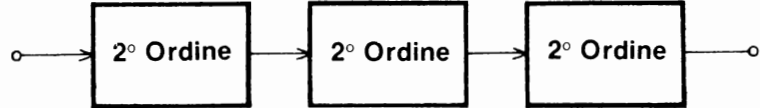



Figura 7-1

I filtri di 1° ordine, come quelli del Capitolo 4, *avranno sempre un fattore di smorzamento eguale a 1*. Di conseguenza la 1ª sezione di un filtro di 3° e 5° ordine (o di un qualsiasi filtro di ordine dispari) non presenta particolari problemi. Tuttavia, per una sezione di 2° ordine, la determinazione dei valori dei componenti necessari per ottenere i fattori della tabella 7-1 sarà un po' più difficile, a meno di non utilizzare solo celle *di filtri VCVS di 2° ordine a componenti uguali*. Conoscendo ora quale fattore di smorzamento è necessario per ottenere un filtro di grado superiore al 2°, il problema è pressoché risolto.

Come già sottolineato nel Capitolo 5, il guadagno in tensione nella banda passante e il fattore di smorzamento di un filtro a componenti uguali sono legati dalla relazione:

$$G = 3 - \alpha \qquad (7\text{-}1)$$

quindi il guadagno nella banda passante di questo filtro è semplicemente l'espressione usata per il guadagno di un amplificatore non invertente

$$G = 1 + \frac{R_B}{R_A} \qquad (7\text{-}2)$$

i valori di R_A e R_B vengono determinati combinando le equazioni 7-1 e 7-2

$$\frac{R_B}{R_A} = 2 - \alpha \qquad (7\text{-}3)$$

La tabella 7-2 dà la miglior combinazione di valori di resistori al 5% che soddisfano le condizioni poste dalla tabella 7-1 per le diverse celle di filtro di 2° ordine. Se sono disponibili resistori all'1%, si userà la tabella 7-3.

Tabella 7-2

Ordine	*1ª Cella*	*2ª Cella*	*3ª Cella*
2	R_A = 47 kΩ R_B = 27 kΩ	-	-
3	-	R_A = 10 kΩ R_B = 10 kΩ	-
4	R_A = 15 kΩ R_B = 2,2 kΩ	R_A = 18 kΩ R_B = 22 kΩ	-
5	-	R_A = 39 kΩ R_B = 15 kΩ	R_A = 12 kΩ R_B = 18 kΩ
6	R_A = 100 kΩ R_B = 6,8 kΩ	R_A = 47 kΩ R_B = 27 kΩ	R_A = 15 kΩ R_B = **22 kΩ**

Tabella 7-3

Ordine	*1ª Cella*	*2ª Cella*	*3ª Cella*
2	R_A = 17,4 kΩ R_B = 10,2 kΩ	-	-
3	-	R_A = 10 kΩ R_B = 10 kΩ	-
4	R_A = 15 kΩ R_B = 2,26 kΩ	R_A = 10,7 kΩ R_B = 13,7 kΩ	-
5		R_A = 39,2 kΩ R_B = 15 kΩ	R_A = 10,7 kΩ R_B = 14,7 kΩ
6	R_A = 100 kΩ R_B = 6,81 kΩ	R_A = 17,4 kΩ R_B = 10,2 kΩ	R_A = 13,3 kΩ R_B = 19,6 kΩ

Quando diverse celle singole sono collegate in cascata, il guadagno nella banda passante risultante è funzione del guadagno delle singole celle, come indicato dalla tabella 7-4. In termini di guadagno in tensione, il guadagno in tensione risultante è il prodotto dei singoli guadagni in tensione delle celle componenti del filtro. Se si esprime il guadagno nella banda passante, in termini di dB, *il guadagno in dB risultante è la somma dei guadagni in dB delle singole celle del filtro.*

Per esempio, un filtro Butterworth VCVS di 5° ordine (sia passa-basso che passa-alto) si otterrà collegando in cascata una cella di 1° ordine con 2 celle di 2° ordine. Il guadagno in tensione della cella di 1° ordine è 1,00 (0 dB) e il guadagno in tensione delle celle di 2° ordine è 1,382 (2,8 dB) e 2,382 (7,5 dB) rispettivamente, come indicato nella tabella 7-4. Quindi, il guadagno in tensione risultante del filtro di 5° ordine è:

$$G = (1,00) \times (1,382) \times (2,382)$$
$$= 3,29$$

o, in termini di dB

$$G = (0\ \text{dB}) + (2,8\ \text{dB}) + (7,5\ \text{dB})$$
$$= 10,3\ \text{dB}$$

Tabella 7-4

Ordine	*1ª Cella*	*2ª Cella*	*3ª Cella*	*Generali*
2	1,586 (+ 4,0 dB)	-	-	1,59 (+ 4,0 dB)
3	1,000 (0 dB)	2,000 (+ 6,0 dB)	-	2,00 (+ 6,0 dB)
4	1,152 (+ 1,2 dB)	2,235 (+ 7,0 dB)	-	2,57 (+ 8,2 dB)
5	1,000 (0 dB)	1,382 (+ 2,8 dB)	2,382 (+ 7,5 dB)	3,29 (+ 10,3 dB)
6	1,068 (+ 0,6 dB)	1,586 (+ 4,0 dB)	2,482 (+ 7,9 dB)	4,20 (+ 12,5 dB)

Sebbene sia possibile, almeno teoricamente, realizzare filtri di ordine superiore collegando in cascata le celle di filtro necessarie in qualsiasi ordine si voglia, le singole celle saranno collegate nell'ordine *decrescente del fattore di smorzamento*, come indicato nella tabella 7-1 e fig. 7-1. Questa operazione equivale a collegare in cascata le celle in *ordine crescente del guadagno in tensione*, come indicato nella tabella 7-4.

FILTRI DI 3° ORDINE

La cella di filtro base a 1 kHz di 3° ordine è indicata in fig. 7-2. Consiste di una cella di 1° ordine a guadagno unitario seguita da una cella VCVS di 2° ordine a componenti uguali.

Poiché ci si occupa del *progetto* di circuiti di filtro reali ed utilizzabili nella pratica, il filtro passa-basso di 3° ordine è normalizzato per una frequenza di taglio di 1 kHz e un livello di impedenza di 10 kΩ. I resistori R_A e R_B fissano il guadagno per la sezione di 2° ordine a 2, come indicato in tabella 7-2, per ottenere un fattore di smorzamento di 1000 (Tabella 7-1). Poiché i resistori che determinano la frequenza (R) sono uguali, e anche i condensatori determinanti la frequenza sono uguali, la frequenza di taglio delle celle di 1° e 2° ordine è la medesima o

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC} \qquad (7\text{-}4)$$

Di conseguenza è possibile utilizzare sia il grafico di fig. 4-8 che quello di fig. 5-9 per

determinare i valori R e C per ottenere la frequenza di taglio desiderata.

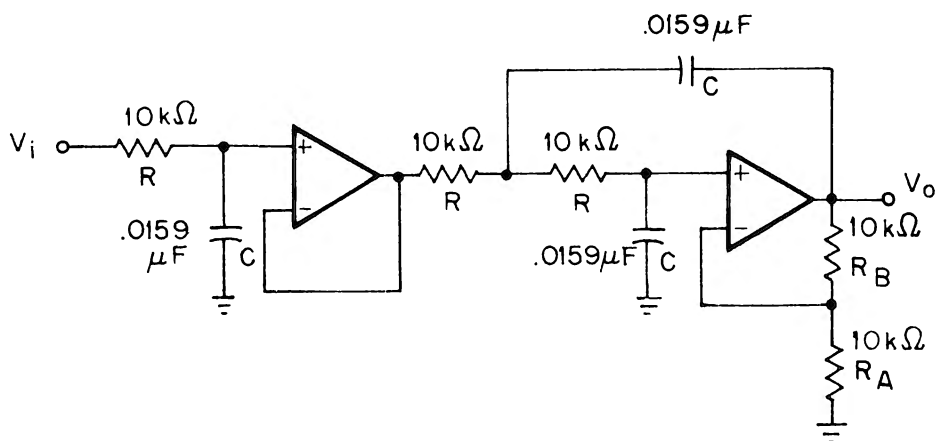



Figura 7-2

Per quanto riguarda la frequenza di taglio del filtro, i valori di R_A e R_B rimangono gli stessi. La risposta normalizzata in ampiezza per questo filtro Butterworth passa-basso di 3° ordine è tracciata in fig. 7-3. Nella banda passante il guadagno è +6 dB e scende a + 3 dB alla frequenza di taglio. Nella banda di reiezione, l'attenuazione è approssimativamente di − 18 dB/ottava, o − 60 dB/decade.

Esempio:

Dimensionare un filtro passa-basso Butterworth, con una frequenza di taglio di 600 Hz.

Dalla fig. 5-9 la migliore combinazione di valori di resistori al 5% e valori di condensatori per ottenere la frequenza di taglio è R = 56 kΩ e C = 0,0047 µF. Possono andare bene anche resistori da 5,6 kΩ e condensatori da 0,047 µF. Il filtro Butterworth passa-basso a 600 Hz risultante è indicato in fig. 7-4.

A questo punto è possibile avere un'idea di come potrebbe essere un filtro passa-alto Butterworth. Come già detto nei 3 capitoli precedenti, i filtri passa-alto si ottengono semplicemente invertendo la posizione dei condensatori e dei resistori che determinano la frequenza, come indicato in fig. 7-5. A meno di questo semplice scambio, tutto il resto rimane uguale. I fattori di smorzamento sono 1,000 per ambedue le sezioni e il guadagno

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

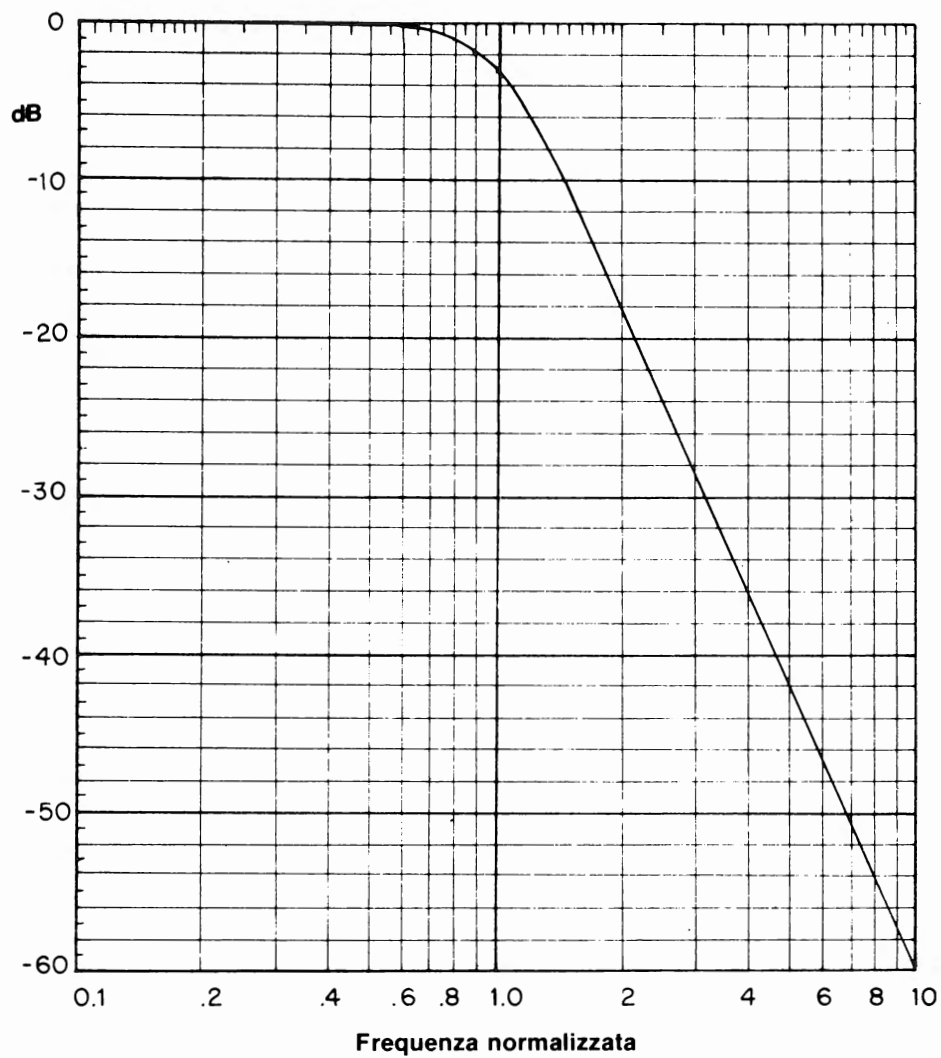



Figura 7-3

nella banda passante è di + 6 dB. La risposta in ampiezza è data dal grafico di fig. 7-6.

Figura 7-4

Figura 7-5

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

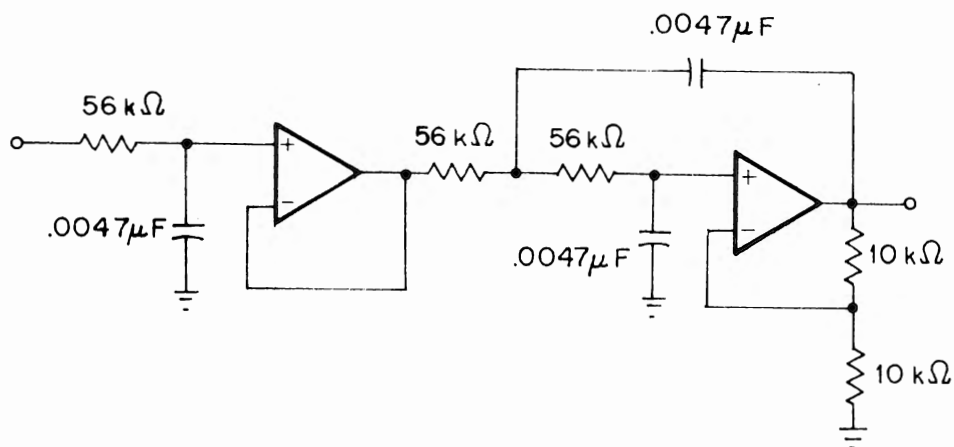
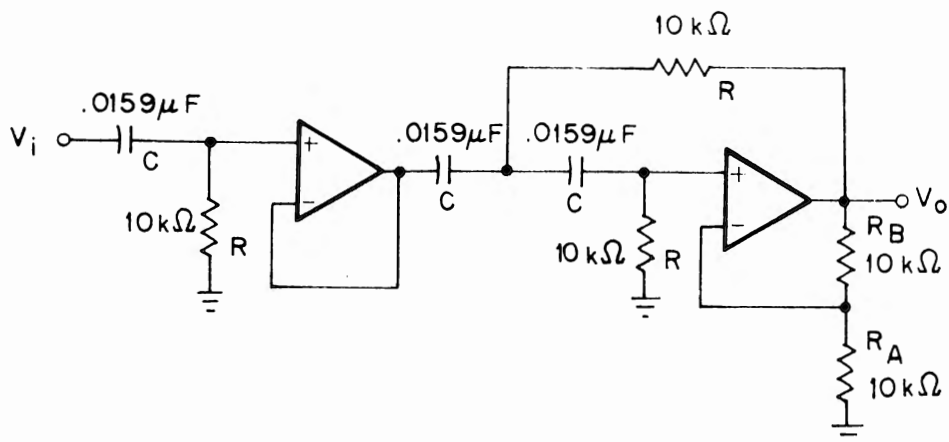
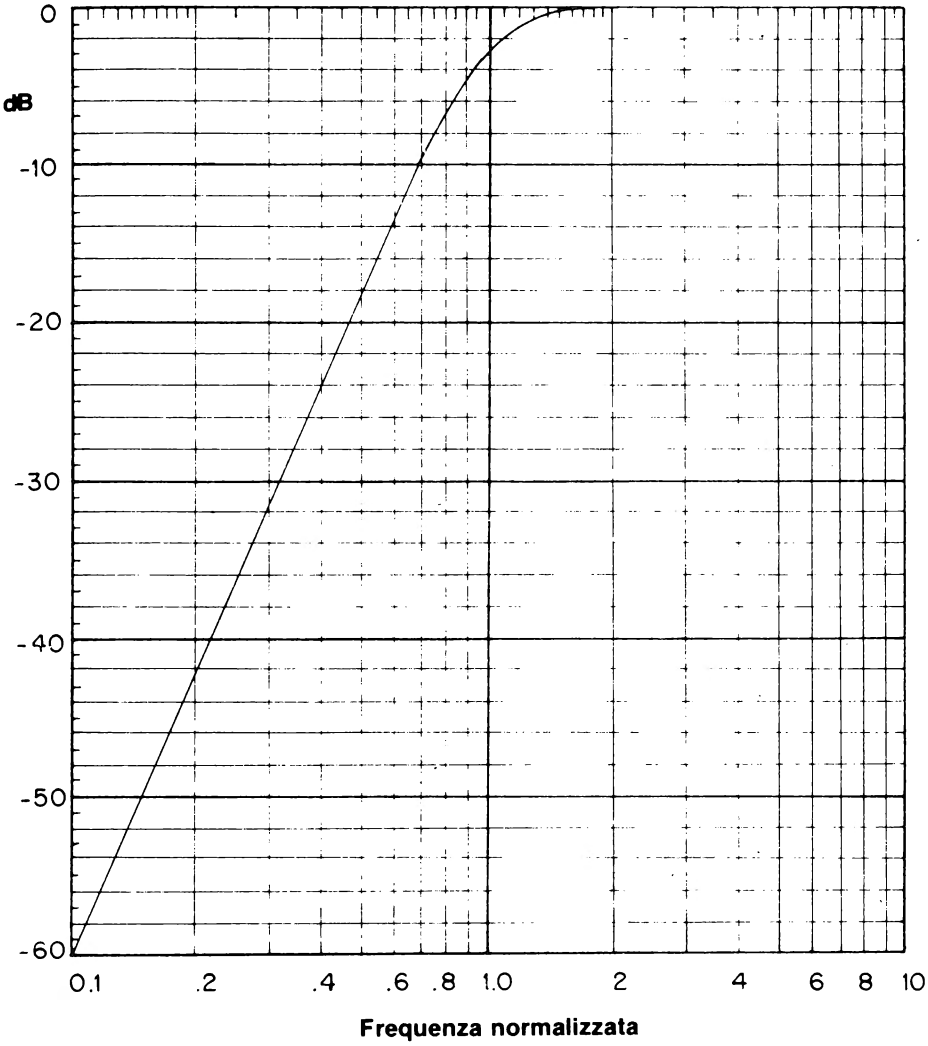



Figura 7-6

FILTRI DI 4° ORDINE

Il filtro passa-basso fondamentale di 4° ordine è indicato nella fig. 7-7. E' formato da 2 celle passa-basso di 2° ordine collegate in cascata. La prima cella ha un fattore di smorzamento elevato (1,848) e il suo guadagno è 1,2 dB. La seconda cella ha un fattore di smorzamento di 0,765 e un guadagno di 7 dB. Come con i filtri di 3° ordine, i resistori e i condensatori che determinano la frequenza sono facilmente determinati mediante il grafico di fig. 5-9. Il filtro passa-alto di 4° ordine è indicato in fig. 7-8.

Figura 7-7

Figura 7-8

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

Figura 7-9

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

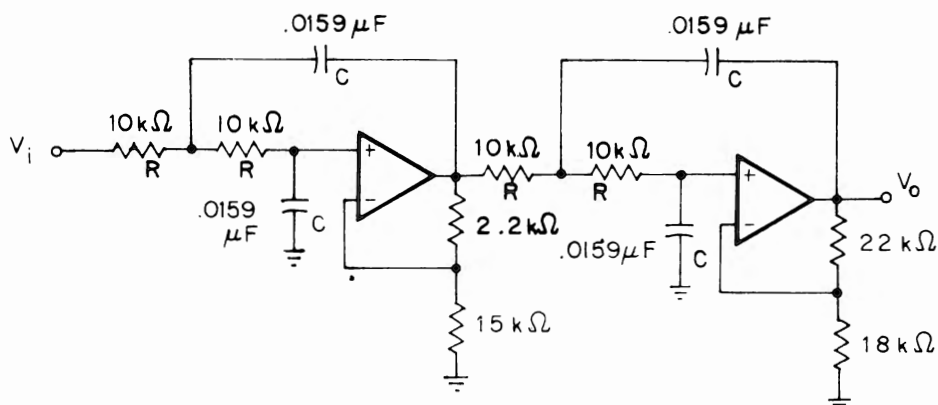
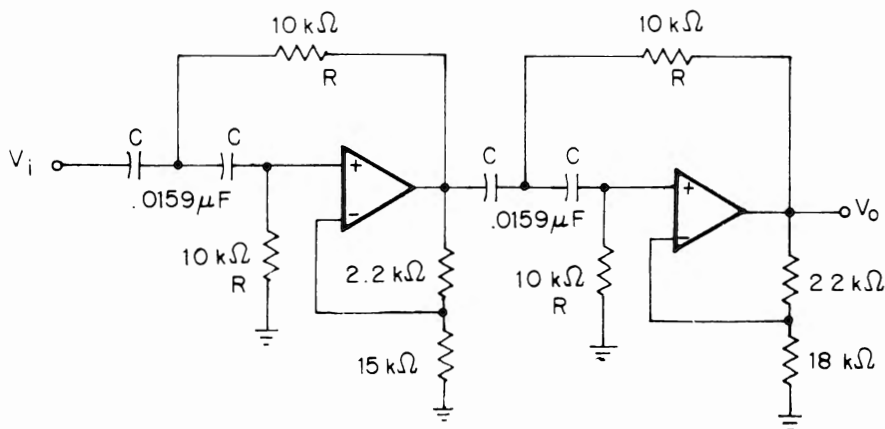
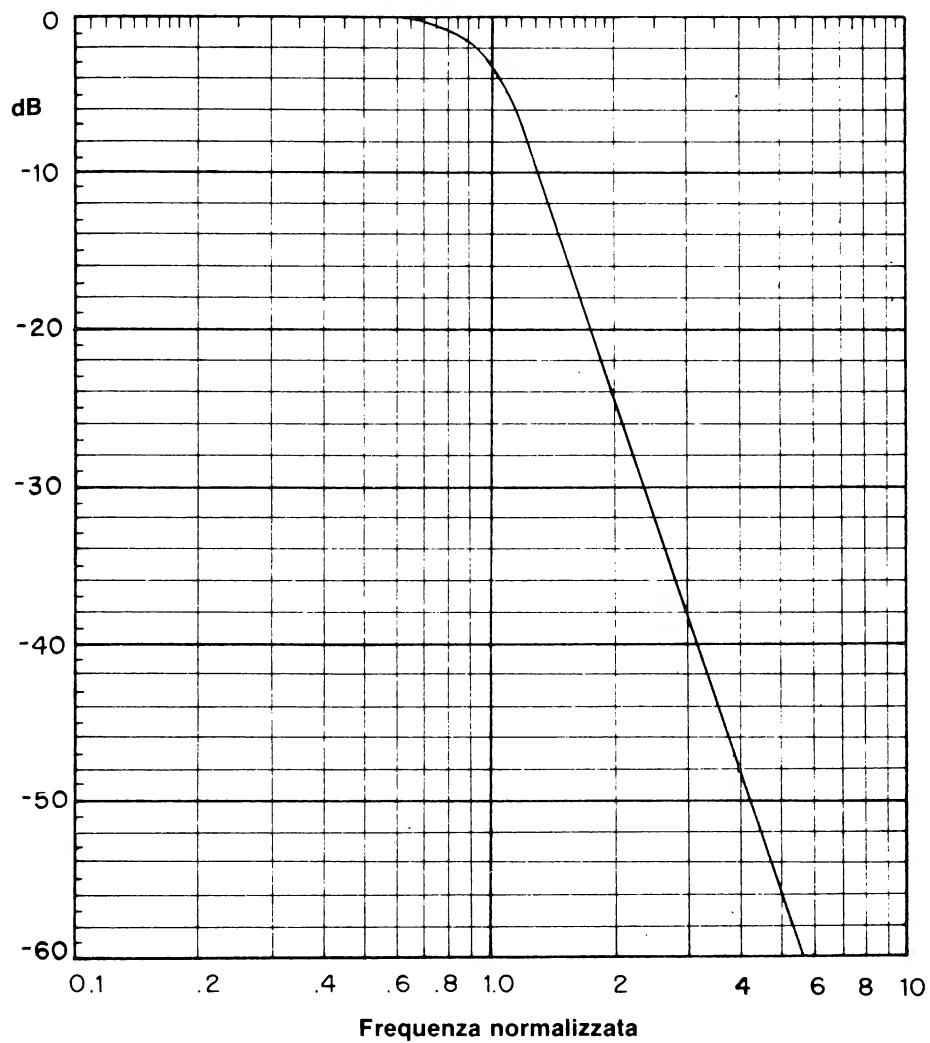
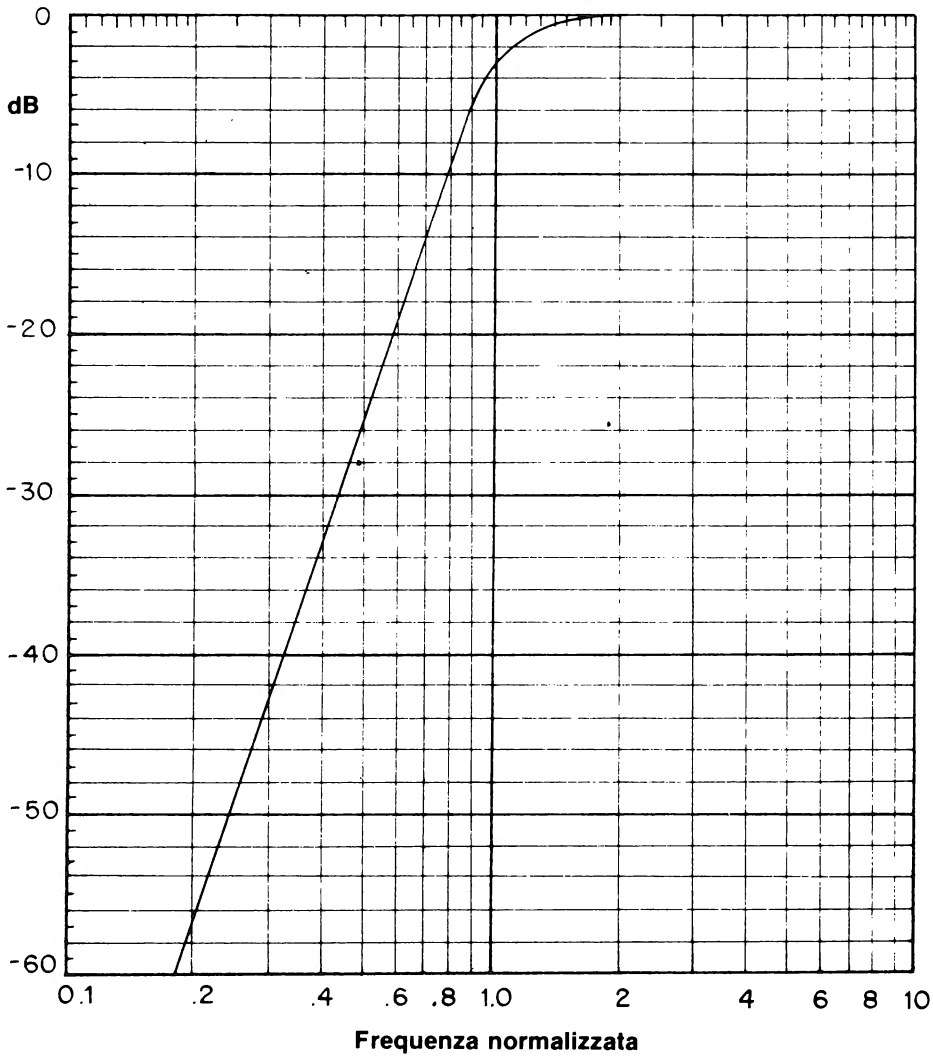



Figura 7-10

La risposta in ampiezza del filtro passa-basso è indicata in fig. 7-9; quella del filtro passa-alto in fig. 7-10. Ambedue i filtri hanno un guadagno nella banda passante di + 8,2 dB, quindi la frequenza di taglio cade nel punto dove la risposta in ampiezza scende a + 5,2 dB. Per in filtro passa-basso, la pendenza è di − 24 dB/ottava (− 80 dB/decade), mentre la versione passa-alto ha una pendenza + 24 dB/ottava (+ 80 dB/decade).

Esempio:

Progettare un filtro passa-alto Butterworth di 4° ordine con una frequenza di taglio di 500 Hz.

Usando il grafico di fig. 5-9, vediamo che la migliore combinazione R/C per ottenere una frequenza di taglio di 500 Hz è: R = 47 kΩ, C = 0,0068 μF o R = 4,7 kΩ, C = 0,068 μF, come indicato in fig. 7-11.

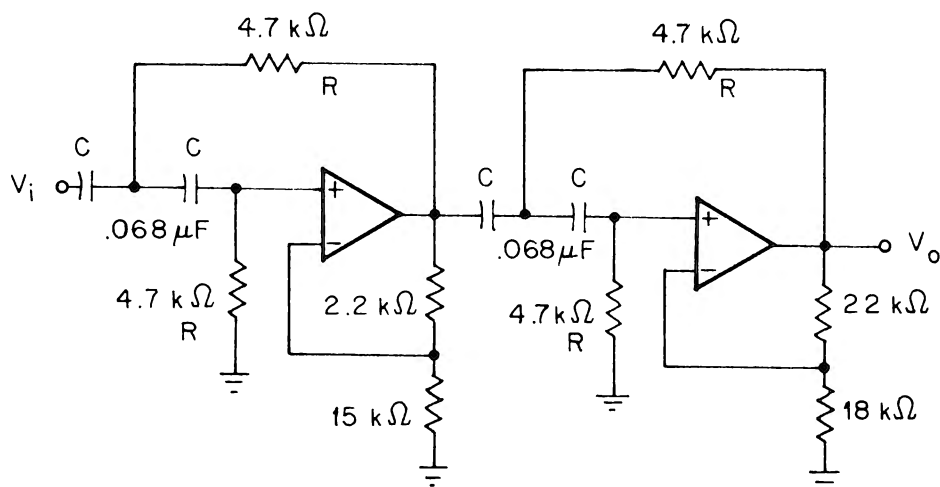



Figura 7-11

FILTRI DI 5° ORDINE

Il filtro passa-basso base a 1 kHz di 5° ordine è indicato in fig. 7-12 e il filtro passa-alto di 5° ordine corrispondente in fig. 7-13. Ambedue consistono di una singola cella di 1° ordine e di due celle di 2° ordine. Il guadagno nella banda passante per ambedue i filtri è fissato a + 10,3 dB; la frequenza di taglio cade nel punto dove la risposta in ampiezza scende a + 7,3 dB. La risposta di un passa-basso di 5° ordine è indicata nel grafico di fig. 7-14, mentre la risposta del passa-alto è indicata in fig. 7-15.

V_i
10 kΩ
R
.0159 μF
C
10 kΩ
R
10 kΩ
R
.0159 μF
C
.0159 μF
C
15 kΩ
39 kΩ
10 kΩ
R
10 kΩ
R
.0159 μF
C
.0159 μF
C
18 kΩ
12 kΩ
V_o

Figura 7-12

Figura 7-13

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

Figura 7-14

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

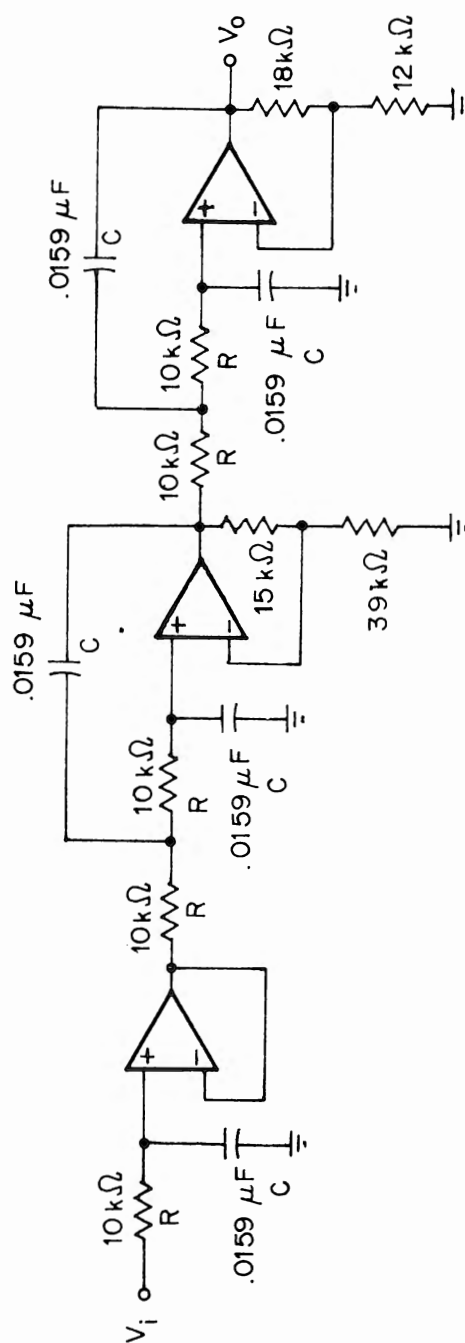
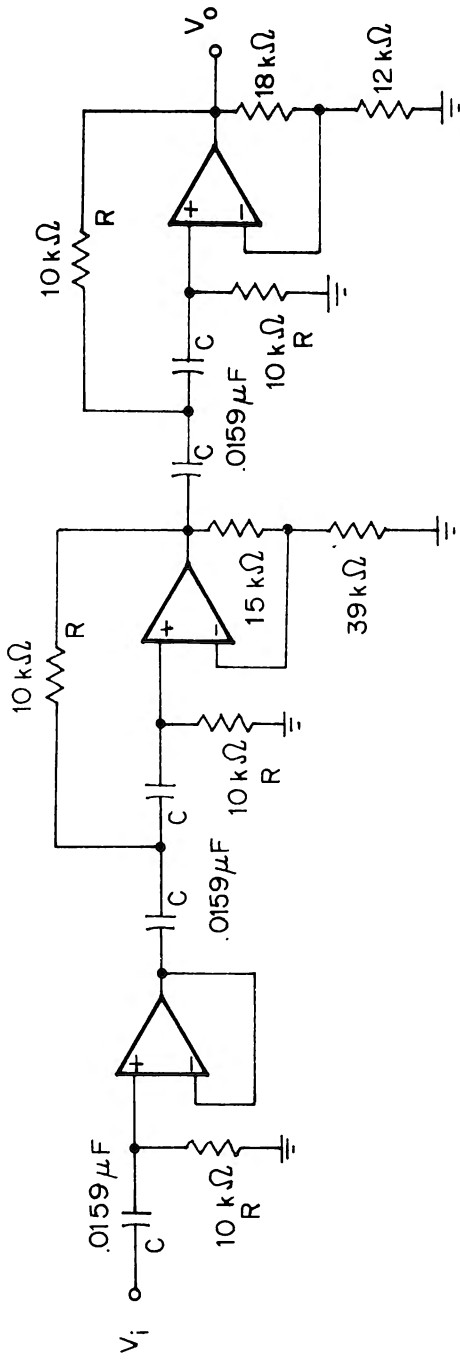
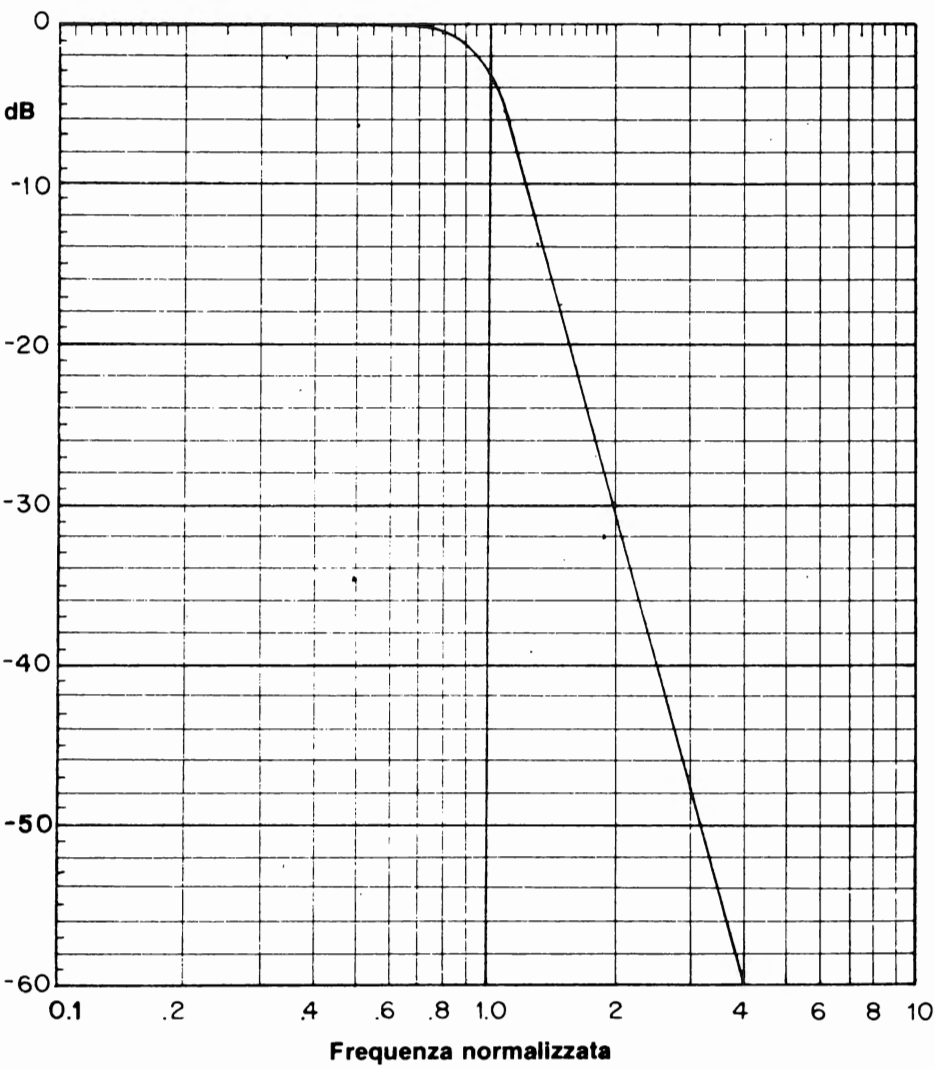
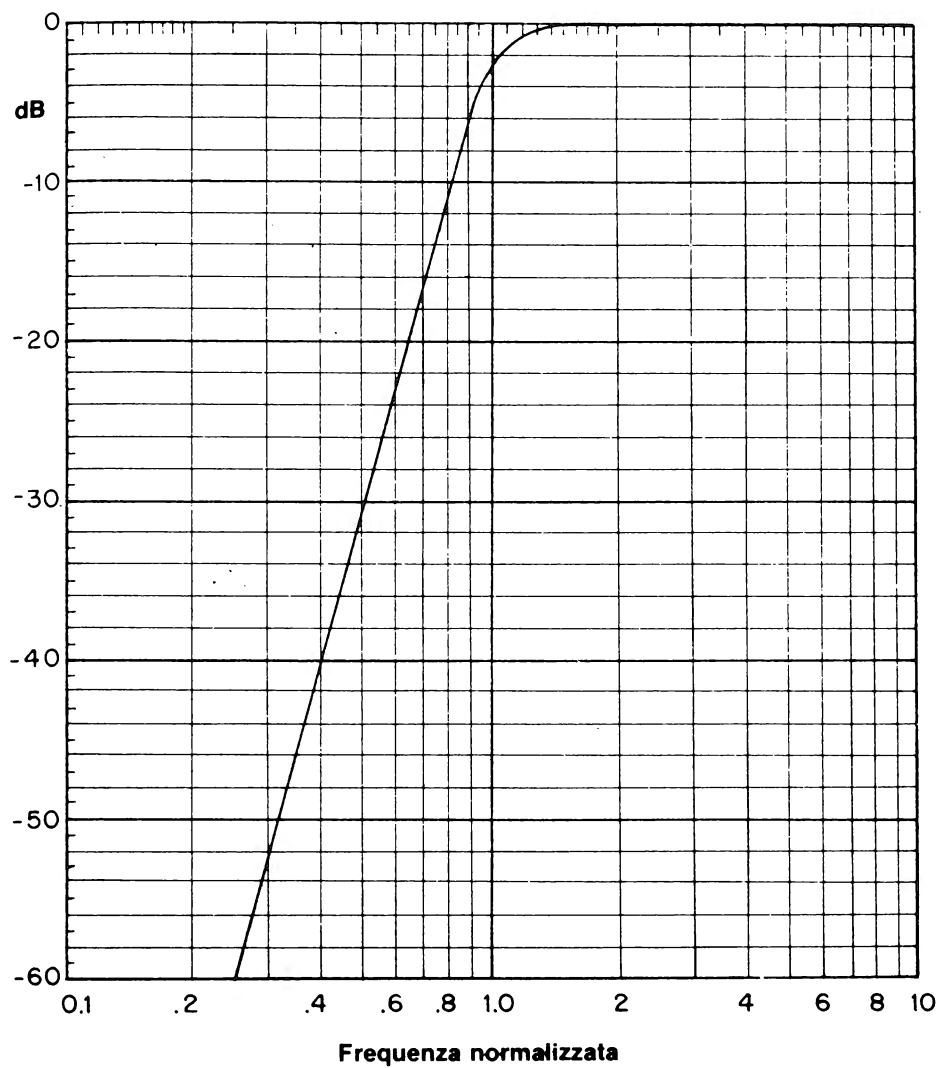



Figura 7-15

FILTRI DI 6° ORDINE

Il filtro base passa-basso a 1 kHz di 6° ordine è indicato in fig. 7-16, il filtro passa-alto corrispondente in fig. 7-17. Ambedue i filtri sono ottenuti collegando in cascata 3 celle di 2° ordine in accordo con i fattori di smorzamento dati nella tabella 7-1. Per ambedue i filtri, il guadagno nella banda passante è fissato a + 12,5 dB e la frequenza di taglio cade nel punto dove la risposta in ampiezza del filtro scende a + 9,5 dB. La risposta in ampiezza del passa-basso di 6° ordine è indicata in fig. 7-19.

DETERMINAZIONE DELL'ORDINE DEL FILTRO

A questo punto la domanda: Quale deve essere l'ordine del filtro? Poiché il filtro di 6° ordine ha la migliore risposta rispetto a tutti gli altri filtri descritti in questo capitolo potremmo essere indotti ad utilizzare un filtro di 6° ordine in tutte le applicazioni. Tuttavia, l'impiego di un filtro di ordine superiore a quello realmente necessario, porta ad uno spreco dello spazio sul circuito stampato e ad un aumento inutile del costo dovuto alle parti superflue.

In generale, l'ordine minimo necessario è dettato dalle specifiche che sono imposte. Ad esempio, supponiamo di aver bisogno di un filtro passa-basso con una f_c centrata approssimativamente a 1 kHz, il segnale a 3 kHz deve essere attenuato di 25 dB. Questo significa che per un segnale di 3 kHz con ampiezza di 1 Vpp all'ingresso, il segnale in uscita sarà 56 mVpp. A questo punto è corretto dire che occorre un filtro passa-basso a 1 kHz ma di quale ordine deve essere questo filtro passa basso? In fig. 7-20, sono confrontate le risposte nella banda di reiezione di filtri passa-basso dal 1° al 6° ordine, fino a due decadi sopra la frequenza di taglio normalizzata di 1 kHz. In questo caso, un frequenza di 3 kHz corrisponde a una frequenza normalizzata di 3, in modo che − 25 dB si trova fra la risposta di un filtro di 2° e 3° ordine. Quindi per avere almeno − 25 dB di attenuazione a 3 kHz, dobbiamo usare un filtro passa-basso a 1 kHz di 3° ordine. Il grafico di fig. 7-21 confronta le risposte nella banda di reiezione di alcuni filtri passa-alto.

Figura 7-16

Figura 7-17

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

Figura 7-18

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
0.1
.2
.4
6
8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

Figura 7-19

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
1
2
4
6
8
10
20
40
60
80
100
Frequenza normalizzata
IST
2ND
3RD
4TH
5TH
6TH

Figura 7-20

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
1ST
2ND
3RD
4TH
5TH
6TH
.01
.02
.04
.06
.08
.1
.2
.4
.6
.8
1.0
Frequenza normalizzata

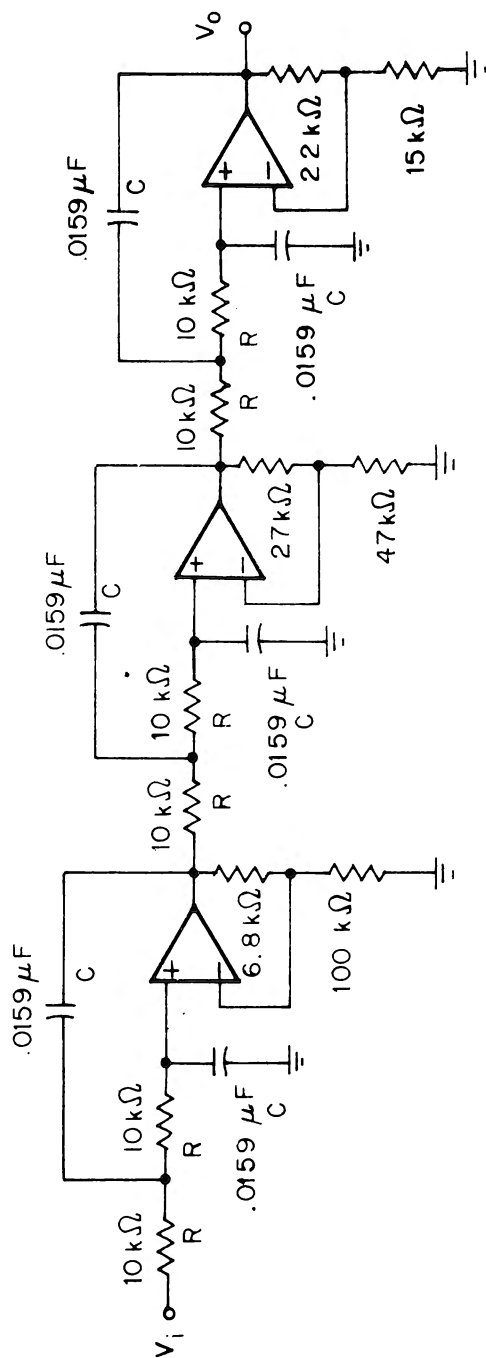
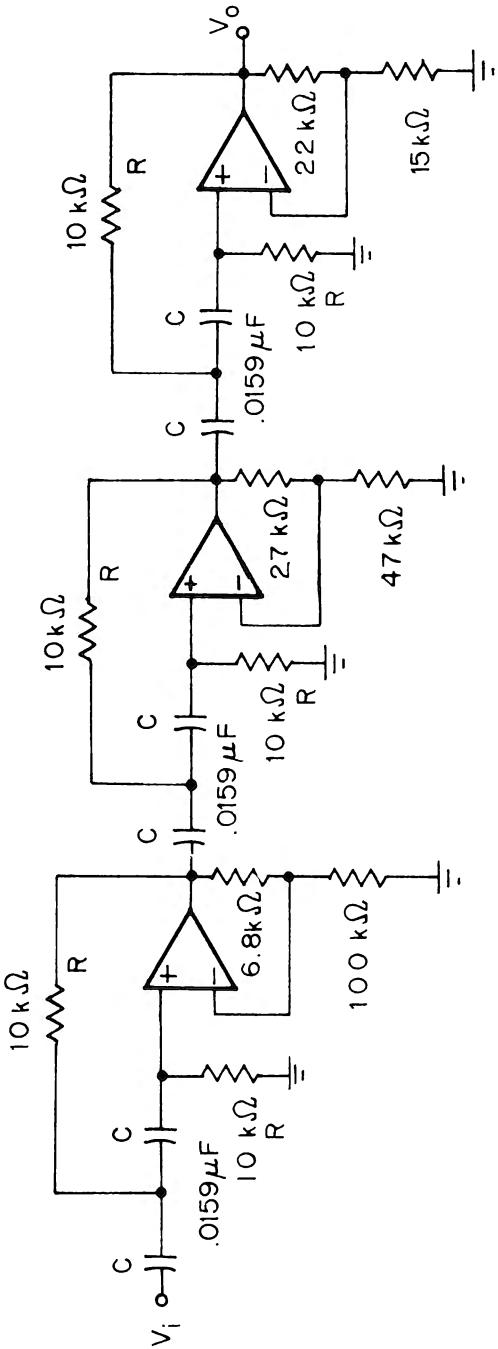
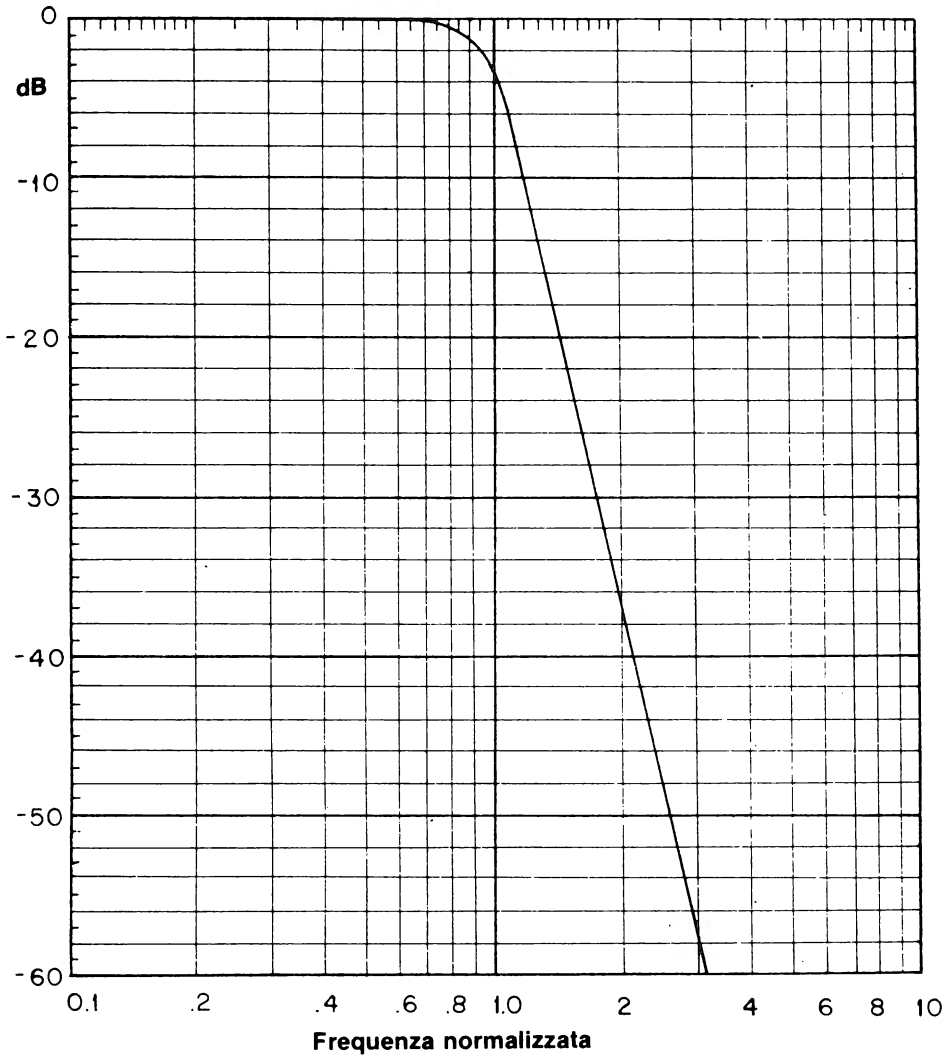
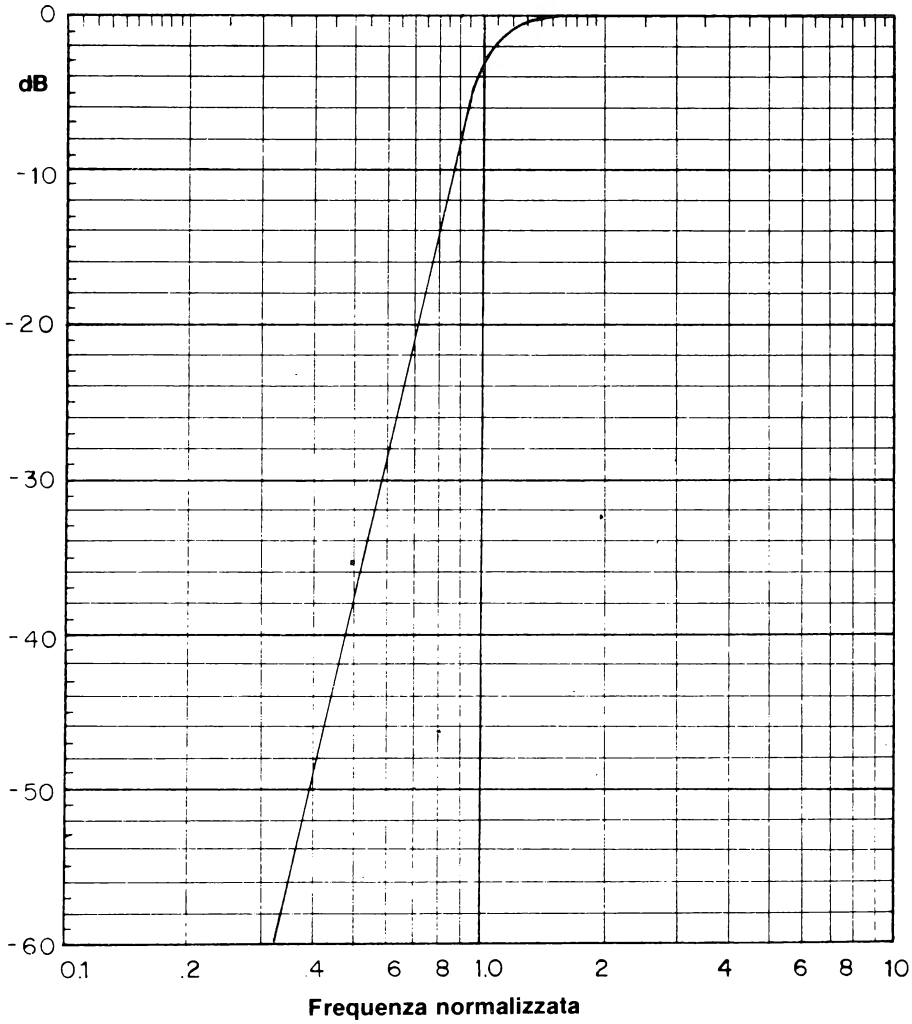
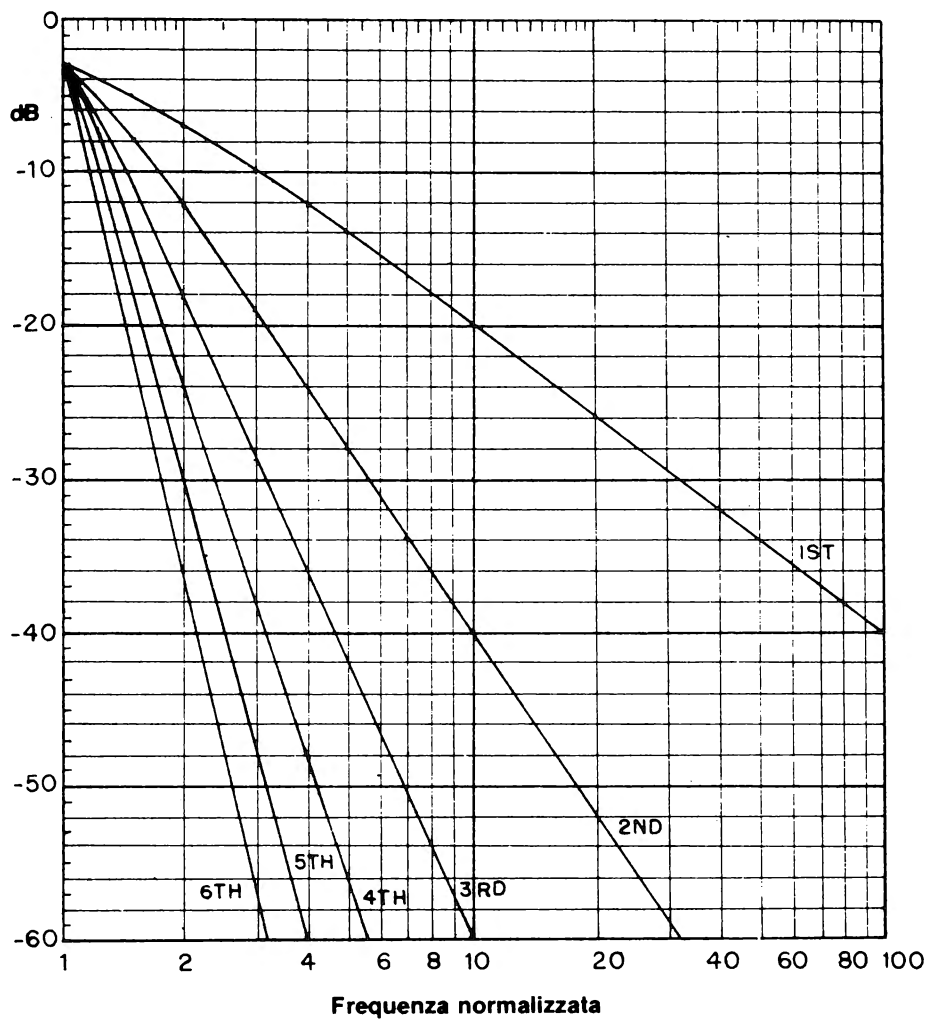
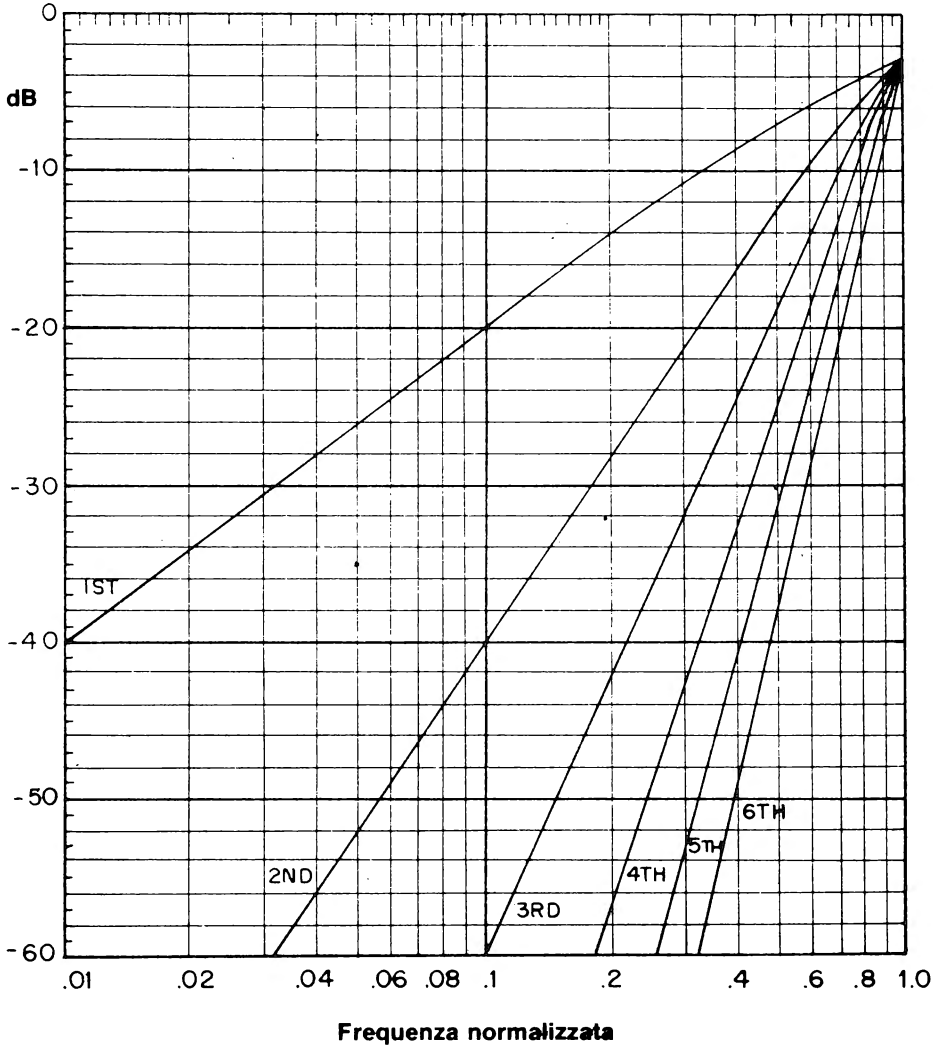



Figura 7-21

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

Gli esperimenti che seguono sono stati studiati per analizzare il progetto e il funzionamento dei filtri attivi Butterworth di ordine superiore. Utilizzando resistori al 5% e condensatori al 10% si avrà qualche difficoltà nell'ottenere risultati attendibili in filtri di 3° e di 4° ordine. Per i filtri di ordine come 5° e 6°, naturalmente, si chiedono componenti migliori dei resistori al 5% e dei condensatori al 10%. Per ridurre i costi, si utilizzeranno resistori al 5% e condensatori al 10% e, con un po' di fortuna, sarà possibile ottenere dei risultati soddisfacenti.

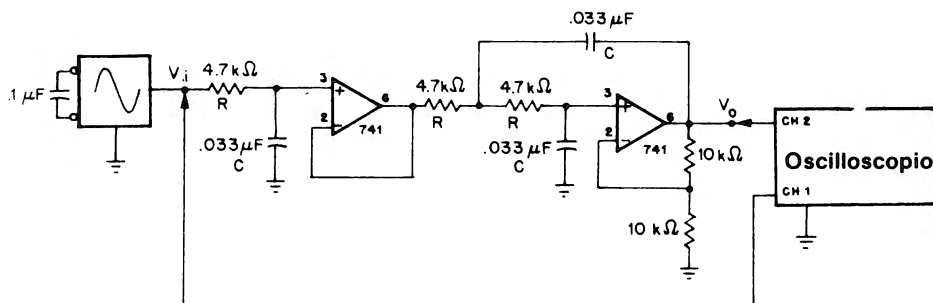
Gli esperimenti da eseguire possono essere riassunti come segue:

Esperimento N.	Scopo
1	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro Butterworth passa-basso di 3° ordine.
2	Dimostrare il funzionamento e il progetto di un filtro Butterworth passa-alto di 4° ordine.
3	Dimostrare il progetto e il funzionamento di un filtro Butterworth passa-basso di 5° ordine.

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Lo scopo di questo esperimento è di studiare il funzionamento e il progetto di un filtro attivo passa-basso di 3° ordine.

Schema del circuito

Formule di progetto

– *Sezione 1° Ordine:*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 1$

Guadagno in banda passante: 1 (0 dB)

– *Sezione 2° Ordine:*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 1$

Guadagno in banda passante: $3 - \alpha = 2$ (+ 6,02 dB)

- Risposta in ampiezza: $20 \log_{10}\left[\frac{2{,}00}{[1 + (f)^6]^{1/2}}\right]$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1: 500 mV/div
- Canale 2: 500 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema. Collegare l'alimentazione alla piastra; aggiustare la tensione di ingresso a 1Vpp e la frequenza a 100 Hz. Determinare il guadagno in tensione a 100 Hz. Cosa avete ottenuto?

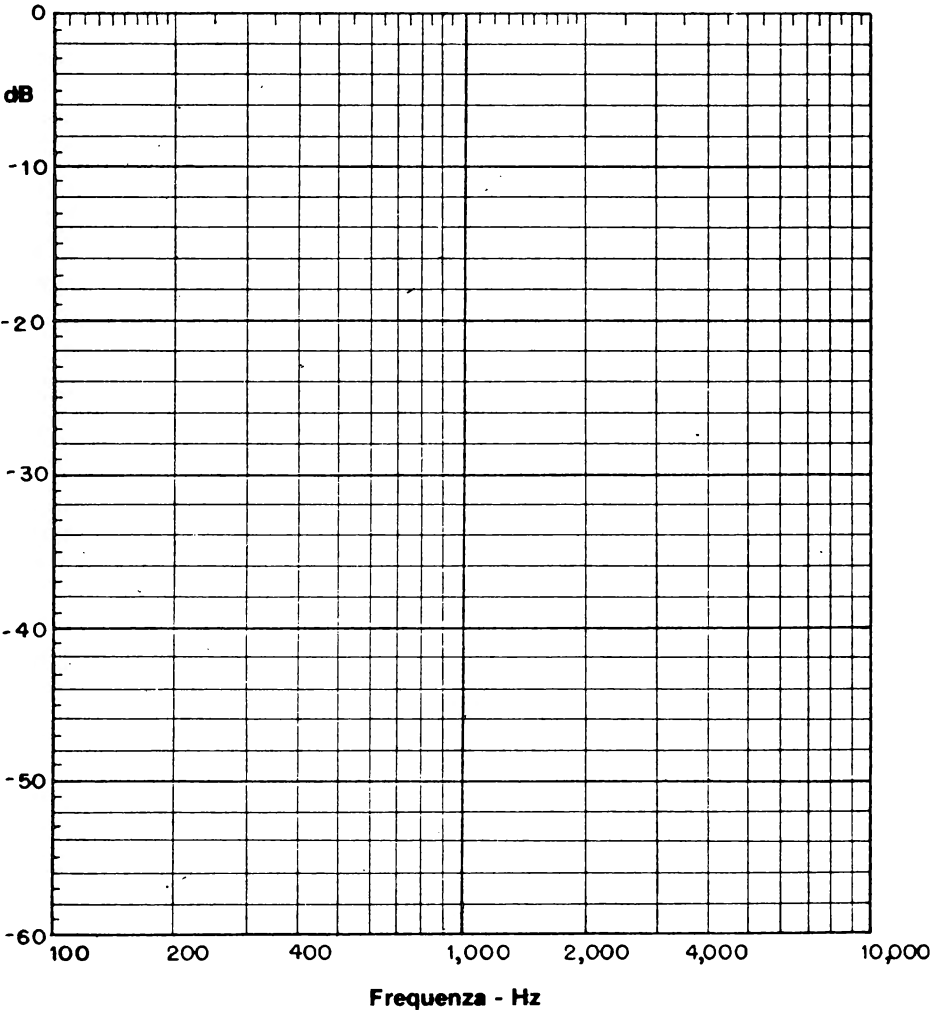
Il guadagno nella banda passante, dovrà essere approssimativamente $\simeq$ 2.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore, completare la seguente tabella e riportare i risultati sulla parte bianca prevista per questo scopo nel diagramma.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico (dB)**
100 Hz				+ 6,02
200				+ 6,02
400				+ 6,01
600				+ 5,85
800				+ 5,14
1.000				+ 3,44
2.000				− 11,4
4.000				− 29,4
8.000				− 47,5

* Riferito ad una frequenza di taglio di 1.027 Hz. Per semplicità, assumiamo che la frequenza di taglio sia 1000 Hz.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Dal diagramma o dalla tabella, approssimativamente a quale frequenza il guadagno in dB è 3 dB sotto il guadagno in banda passante? E' quello calcolato?

Per verificare i risultati ottenuti confrontarli con quelli elencati nella seguente tabella.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico (dB)*
100 Hz	1,95 V	1,95	+ 5,80	+ 6,02
200	1,95	1,95	+ 5,80	+ 6,02
400	1,95	1,95	+ 5,80	+ 6,01
600	1,85	1,85	+ 5,34	+ 5,85
800	1,66	1,66	+ 4,40	+ 5,14
1.000	1,36	1,36	+ 2,67	+ 3,44
2.000	0,250	0,25	− 12,0	− 11,4
4.000	0,031	0,031	− 30,0	− 29,4
8.000	0,004	0,004	− 48,0	− 47,5

Passo 4

Dai risultati ottenuti calcolare la pendenza nella banda di reiezione. Quale è?

Un filtro di 3° ordine ha una pendenza nella banda di reiezione di − 18 dB/ottava o − 60 dB decade. In questo esperimento, questa pendenza si vede meglio calcolando la differenza tra i valori a 4000 Hz e a 8000 Hz o 1/ottava.

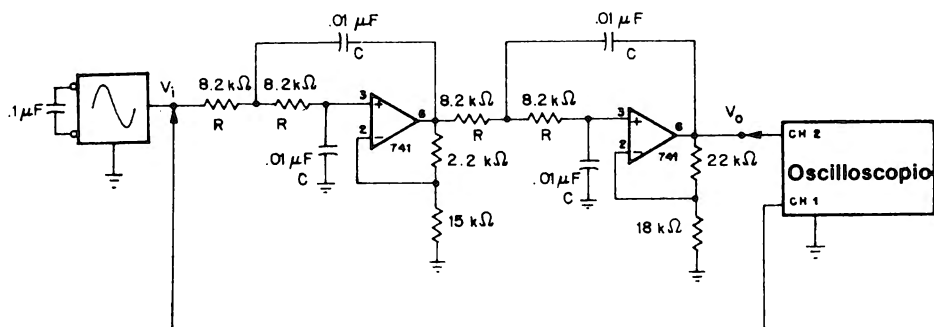
Passo 5

Come esercizio facoltativo, selezionare qualche valore particolare della frequenza di taglio e, con l'aiuto della fig. 5-9, determinare i valori appropriati dei condensatori e dei resistori che determinano la frequenza. Ripetere quindi l'esperimento.

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento studia il funzionamento e il progetto di un filtro attivo Butterworth passa-alto di 4° ordine.

Schema del circuito

Formule di progetto

– *Sezione N. 1: 2° Ordine*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 1,848$

Guadagno in banda passante: 1,152 (+ 1,23 dB)

– *Sezione N. 2: 2° Ordine*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 0,765$

Guadagno in banda passante: 2,235 (+ 6,99 dB)

- Risposta in ampiezza: $20 \log_{10} \left[\frac{2,57}{[1 + (f)^8]^{1/2}} \right]$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1: 500 mV/div
- Canale 2: 10 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

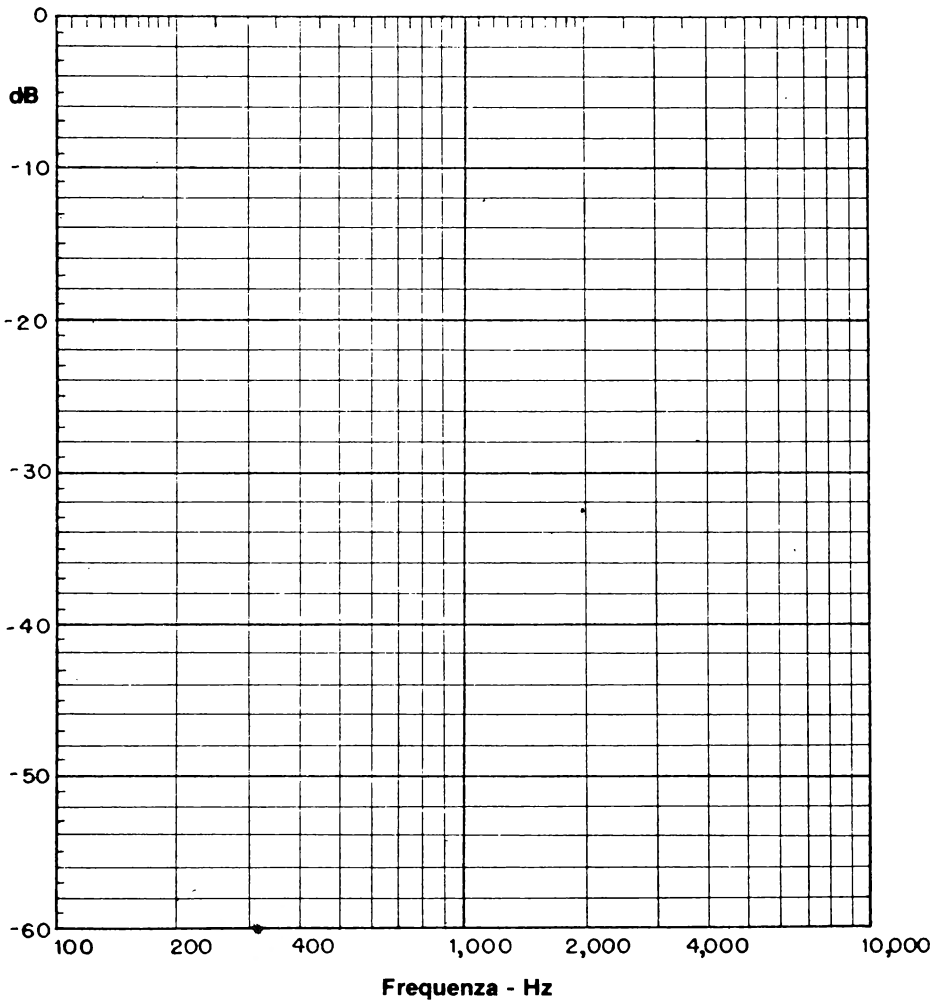
Collegare il circuito dello schema. Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare la tensione di ingresso a 2 Vpp e la frequenza a 500 Hz (5 cicli completi).

Passo 3

Variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo nel diagramma.

Frequenza	*V_o*	*V_o/V_i*	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico* (dB)*
500 Hz				− 38,9
600				− 32,6
700				− 27,3
800				− 22,6
900				− 18,5
1.000				− 1,9
2.000				+ 5,67
3.000				+ 8,07
4.000				+ 8,19
5.000				+ 8,20
6.000				+ 8,20

* Riferito a una frequenza di taglio di 1,941 Hz. Per semplicità, assumeremo che la frequenza di taglio sia 2 kHz.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Passo 4

Determinare la pendenza del filtro nella banda di reiezione sottraendo dai valori in dB misurati a 500 Hz i valori misurati a 1000 Hz (1 ottava). Il valore ottenuto è quello che ci si aspetta da un filtro passa-alto di 1° ordine con risposta Butterworth?

La pendenza dovrà essere approssimativamente di + 24 dB/ottava.

ESPERIMENTO N. 3

Scopo

Questo esperimento studia il funzionamento è il progetto di un filtro attivo passa-basso Butterworth di 5° ordine.

Schema del circuito

Lo schema elettrico di questo esperimento è mostrato nella pagina seguente.

Formule di progetto

— *Sezione N. 1: 1° Ordine*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 1$

Guadagno in banda passante: 1 (0 dB)

— *Sezione N. 2: 2° Ordine*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 1{,}618$

Guadagno in banda passante: 1,382 (+ 2,8 dB)

— *Sezione N. 3: 2° Ordine*

Frequenza di taglio: $f_c = 1/2\pi RC$

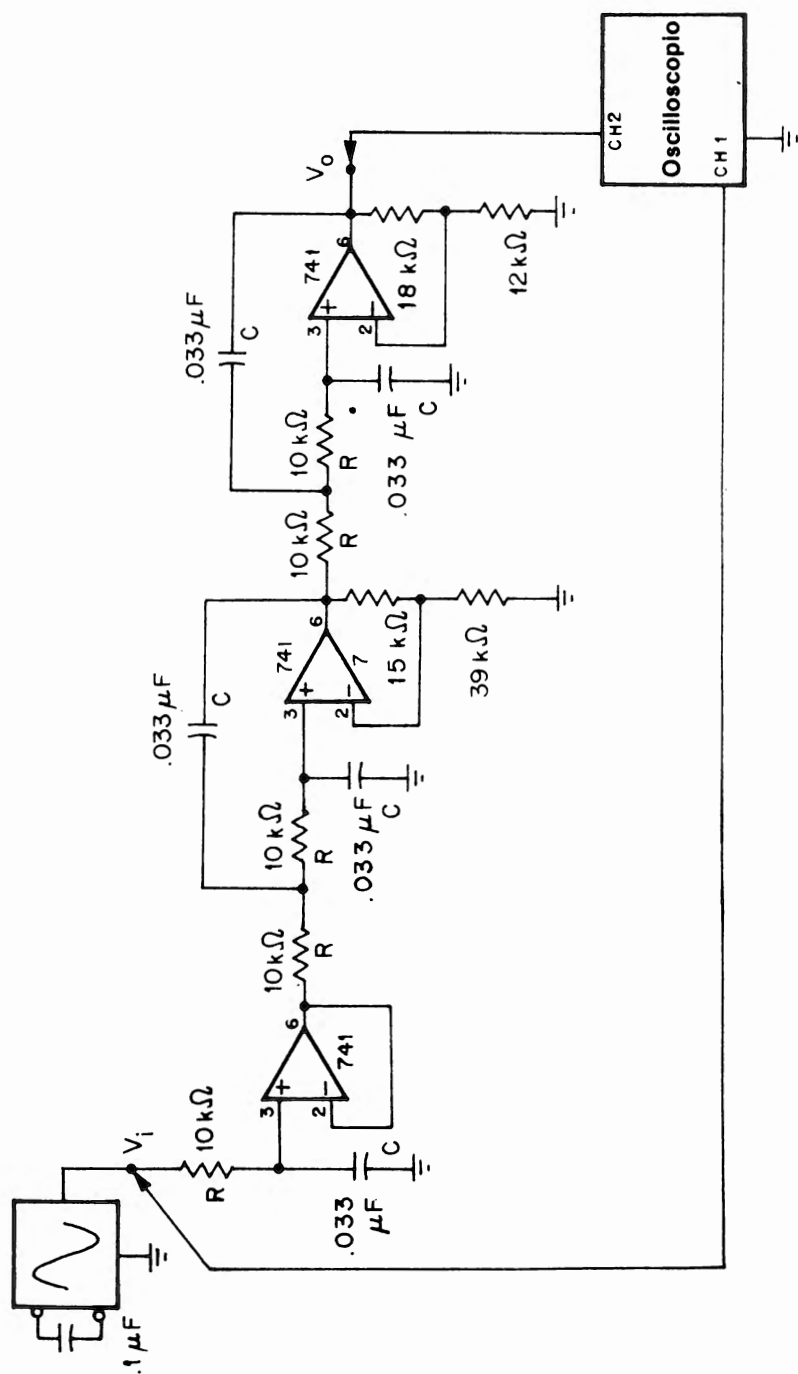
Coefficiente di smorzamento: $\alpha = 0{,}618$

Guadagno in banda passante: 2,382 (+ 7,5 dB)

Risposta in ampiezza: $20 \log_{10} \left[\frac{3{,}29}{[1 + (f)^{10}]^{1/2}} \right]$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1: 500 mV/div
- Canale 2: 1V/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Schema elettrico del circuito dell'Esperimento N. 3.

Passo 2

Collegare il circuito dello schema. Collegare l'alimentazione e regolare la tensione di ingresso a 2 Vpp e la frequenza del generatore a 100 Hz (1 ciclo completo/10 div. orizz.)

Passo 3

Partendo da 100 Hz, variare la frequenza del generatore a completare la seguente tabella riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo nel diagramma.

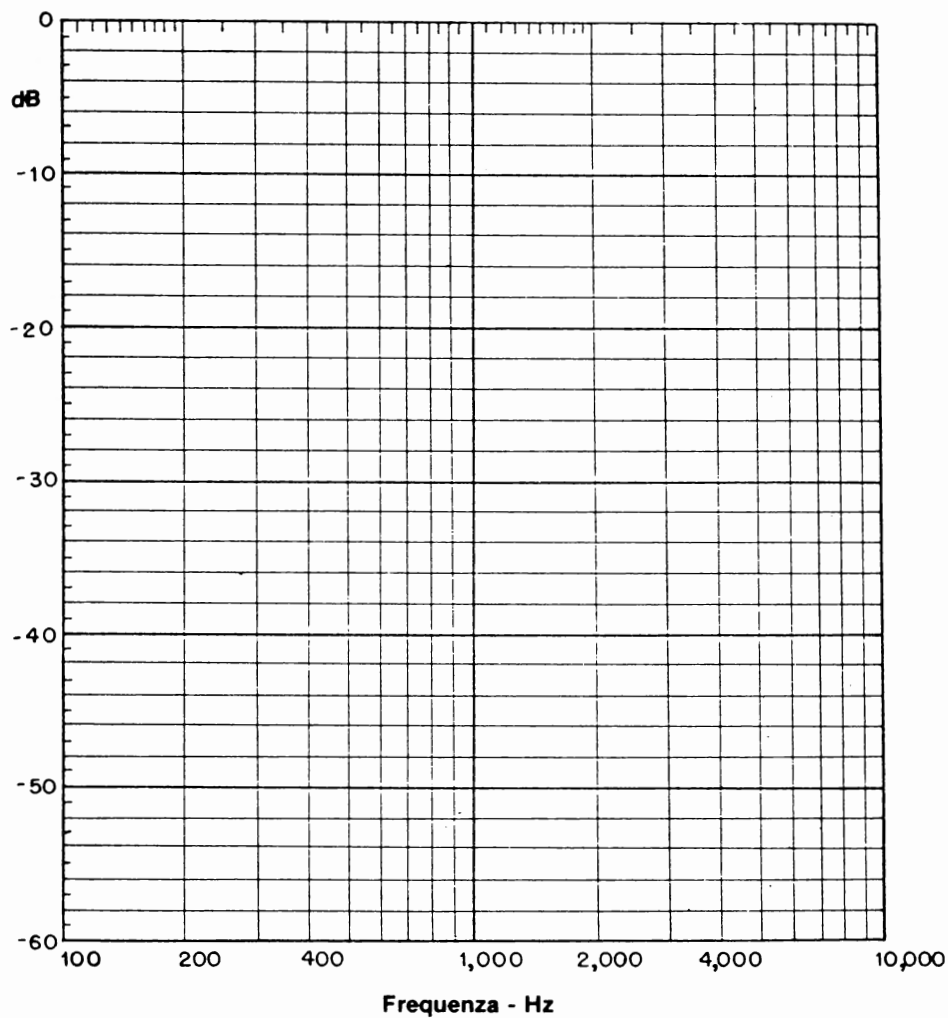
Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*	*Guadagno teorico (dB)*
100				+ 10,34
200				+ 10,34
300				+ 10,32
400				+ 9,90
500				+ 7,33
600				+ 1,78
700				− 4,42
800				− 10,11
900				− 15,20
1.000				− 19,76
2.000*				− 49,86

* La misura della Vpp di uscita a questa frequenza presenta qualche difficoltà. Tuttavia, è necessario eseguirla con la miglior precisione possibile.

Passo 4

Determinare dai risultati la pendenza del filtro nella banda di reiezione, sottraendo il valore in dB misurato a 2000 Hz dal valore misurato a 1 kHz (1 ottava). E' quello che vi aspettate da un filtro Butterworth passa-basso di 5° ordine?

La pendenza dovrà essere −6 dB/ottava, o −30 dB/ottava, il che vuol dire − 100 dB/decade.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

Se riuscite a misurare accuratamente la risposta a 5 kHz, dovreste trovare una risposta di ampiezza di – 89,7 dB.

CAPITOLO 8

FILTRI ATTIVI PASSA-BANDA E A REIEZIONE DI BANDA

INTRODUZIONE

In questo Capitolo sono esaminati i circuiti fondamentali che riassumono le prestazioni e il progetto di filtri attivi passa-banda e a reiezione di banda (notch). Sebbene i circuiti che realizzano risposte tipo passa-banda o notch siano diversi, le reti esaminate in questo capitolo rappresentano, con ogni probabilità, il miglior compromesso tra progetto e prestazioni.

OBIETTIVI

Al termine di questo capitolo, sarà possibile:

- Progettare filtri passa-banda a reazioni multiple usando un solo amplificatore operazionale.
- Collegare opportunamente in cascata celle passa-banda uguali per maggiore pendenza della risposta nella banda di reiezione.
- Progettare filtri a larga banda
- Progettare filtri a reiezione di banda (notch)

FILTRI PASSA-BANDA A REAZIONI MULTIPLE

Come indicato in figura 8-1, il *filtro passa-banda a reazioni multiple* è utilizzabile con Q, fino a valori di 15-20 con guadagni "moderati".

$$\omega_0 = \left[\frac{1}{R_5 C_2 C_4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) \right]^{1/2} \qquad (8\text{-}1)$$

In funzione del guadagno G nella banda passante e del Q del filtro i 5 componenti vengono ottenuti dalle equazioni:

$$R_1 = \frac{Q}{G C_4 \omega_0} \qquad (8\text{-}2)$$

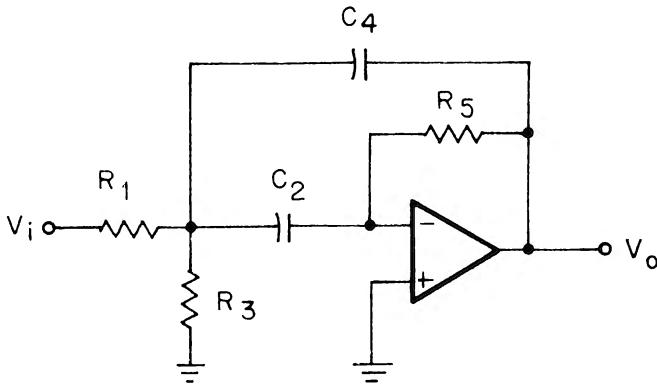



Figura 8-1

$$R_3 = \frac{Q}{(2Q^2 - G)C_4\,\omega_0} \tag{8-3}$$

e

$$R_5 = \frac{2Q}{C_4\omega_0} \tag{8-4}$$

Il guadagno del filtro nella banda passante, guadagno del filtro alla frequenza centrale f_0, è:

$$G = \frac{R_5}{R_1\left(1 + \frac{C_4}{C_2}\right)} \tag{8-5}$$

Il dimensionamento dei valori dei 5 componenti è facilitato ponendo $C_2 = C_4$, in modo che:

$$R_1 = \frac{Q}{GC\omega_0} \tag{8-6}$$

$$R_3 = \frac{Q}{(2Q^2 - G)C\omega_0} \qquad (8\text{-}7)$$

$$R_5 = \frac{2Q}{C\,\omega_0} \qquad (8\text{-}8)$$

dove

$$G = \frac{R_5}{2R_1} \qquad (8\text{-}9)$$

Una particolare caratteristica di questo circuito è che la frequenza centrale può essere spostata a un nuovo valore ω_0' mentre il guadagno nella banda passante e l'ampiezza della banda rimangono costanti, cambiando semplicemente il resistore R_3 in nuovo valore R_3', in modo che:

$$R_3' = R_3\left(\frac{\omega_0}{\omega'_0}\right)^2 \qquad (8\text{-}10)$$

D'altra parte, a causa del denominatore dell'equazione 8-7, siamo limitati dalla seguente condizione:

$$Q > \left(\frac{G}{2}\right)^{1/2} \qquad (8\text{-}11)$$

Normalmente, si seleziona un opportuno valore di C_2 e C_4, calcolando successivamente il valore dei 3 resistori, basandosi su valori di Q, G eω_0 richiesti.

Esempio:

Dimensionare un filtro passa-banda con f_0 = 750 Hz, usando il circuito di fig. 8-1 con G = 1,32 (+ 2,4 dB), e Q = 4,2. Cambiare poi la frequenza di taglio in 600 Hz, mantenendo G e la banda passante costante (BP 180 Hz).

Per prima cosa fissiamo un valore standard di C_2 e C_4, ambedue uguali, es. 0,01 μF. Successivamente, i resistori sono determinati dalle equazioni 8-6/7/8/9, in modo che:

$$R_1 = \frac{Q}{GC\omega_0} = \frac{4{,}2}{(2\pi)\,(750\ \text{Hz})\,(1{,}32)\,(0{,}01\,\mu\text{F})}$$

$$= 67{,}6\ \text{k}\Omega$$

$$R_5 = 2R_1G = (2)\ (67{,}6\ k\Omega)\ (1{,}32) = 178\ k\Omega$$

e

$$R_3 = \frac{Q}{(2Q^2 - G)C\omega_0} = \frac{4{,}2}{[(2)\ (4{,}2)^2 - 1{,}32]\ (0{,}01\mu F)\ (2\pi)\ (750)}$$

$$= 2{,}6\ k\Omega$$

Usando resistori al 5%, il circuito completo è indicato in fig. 8-2.

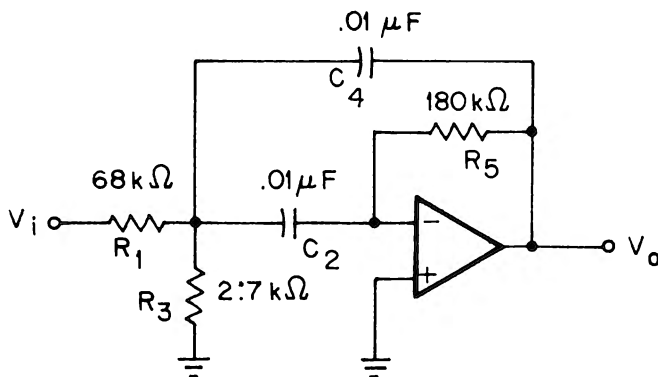



Figura 8-2

Per cambiare la frequenza centrale in 600 Hz, viene calcolato il nuovo valore di R_3 dell'equazione 8-10, in modo che:

$$R_3' = (2{,}7\ k\Omega)\left[\frac{750}{600}\right]^2$$

$$= 4{,}2\ k\Omega$$

Il circuito a 600 Hz è indicato in fig. 8-3, con un resistore al 5% da 4,3 kΩ.

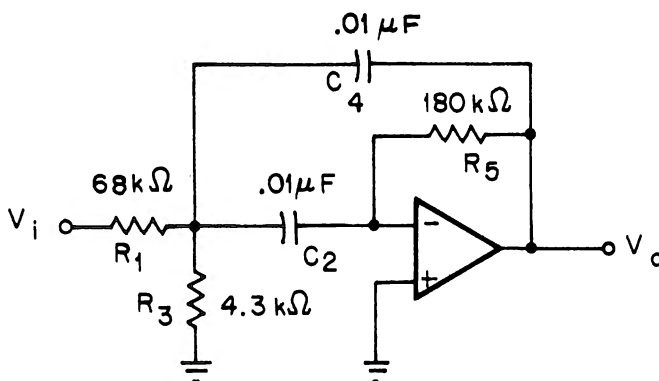



Figura 8-3

Il circuito di fig. 8-1 ha un grosso svantaggio: *un alto guadagno deve essere accompagnato da un alto Q*, come stabilito dalla disequazione 8-11. Supponiamo che questa disequazione non sia verificata. Che cosa è necessario fare, dato che è impossibile per R_3 assumere *valori negativi*?

Un metodo è di cambiare leggermente il circuito fondamentale togliendo R_3, come indicato in fig. 8-4. Poiché eliminare R_3 equivale a rappresentare R_3, *con un circuito aperto, o una resistenza infinita*, l'equazione 8-1 si esemplifica in:

$$\omega_0 = \frac{1}{(R_1 R_5 C_2 C_4)^{1/2}} \tag{8-12}$$

La determinazione dei valori dei componenti è molto semplificata ponendo come in precedenza $C_2 = C_4$ in modo che:

$$R_1 = \frac{Q}{GC\omega_0} \tag{8-13}$$

$$R_5 = \frac{G}{QC\omega_0} \tag{8-14}$$

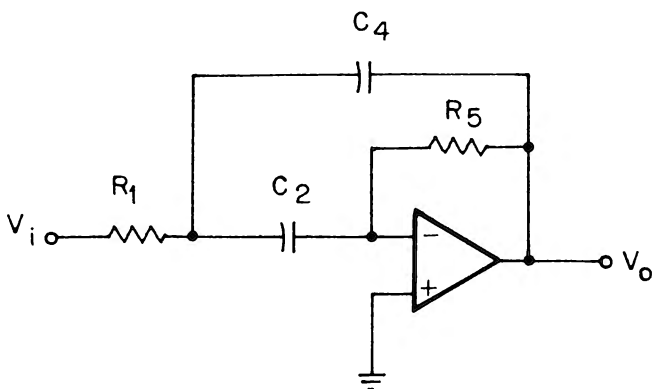



Figura 8-4

e

$$G = Q(R_5/R_1)^{1/2} \quad (8\text{-}15)$$

Di conseguenza si continua a non avere la restrizione fra guadagno e Q.

In qualche caso esiste una combinazione del guadagno del filtro e di Q che permette di utilizzare ambedue i circuiti di fig. 8-1 e fig. 8-4 ottenendo gli stessi risultati. Questo si verifica quando:

$$\frac{G}{2} < Q^2 < G \quad (8\text{-}16)$$

Il vantaggio principale di usare la configurazione 8-4 è quello di avere un componente in meno. Per illustrare questa situazione, consideriamo il seguente esempio.

Esempio:

Progettare un filtro passa-banda a reazioni multiple a 200 Hz con un guadagno in tensione di 30 e Q = 5.

Dall'equazione 8-16 rileviamo che è possibile usare sia il circuito di fig. 8-1 o di fig. 8-4. Usando dapprima il circuito di fig. 8-1, scegliamo un valore di C_2 e C_4 ad esempio 0,1 μF in modo che:

$$R_5 = 2Q/C\,\omega_0 \qquad \text{(equazione 8-8)}$$

$$= \frac{(2)\,(5)}{(0{,}1\,\mu F)\,(2\pi)\,(200\ Hz)}$$

$$= 79{,}6\ k\Omega$$

$$R_1 = R_5/2G \qquad \text{(equazione 8-9)}$$

$$= \frac{79{,}6\ k\Omega}{(2)\,(30)}$$

$$= 1{,}33\ k\Omega$$

$$R_3 = Q/(2Q^2\text{-}G)C\,\omega_0 \qquad \text{(equazione 8-7)}$$

$$= \frac{5}{[(2)\,(25)-30]\,(0{,}1\,\mu F)\,(2\pi)\,(200\ Hz)}$$

$$= 2\ k\Omega$$

Il progetto completo con resistori al 5% è indicato in fig. 8-5.

Utilizzando il circuito di fig. 8-4, scegliamo un valore di C_2 e C_4, ad esempio 0,1 μF, da cui R_1 e R_5:

$$R_1 = 1{,}33\ k\Omega \qquad \text{(equazione 8-13)}$$

$$R_5 = 47{,}8\ k\Omega \qquad \text{(equazione 8-14)}$$

Usando ancora resistori al 5% il circuito completo è indicato in fig. 8-6. Potremmo dire che *le risposte per il circuito di fig. 8-5 e 8-6 saranno le stesse: ambedue i circuiti avranno una frequenza centrale di 200 Hz, un guadagno in banda passante di 30 e un Q di 5.*

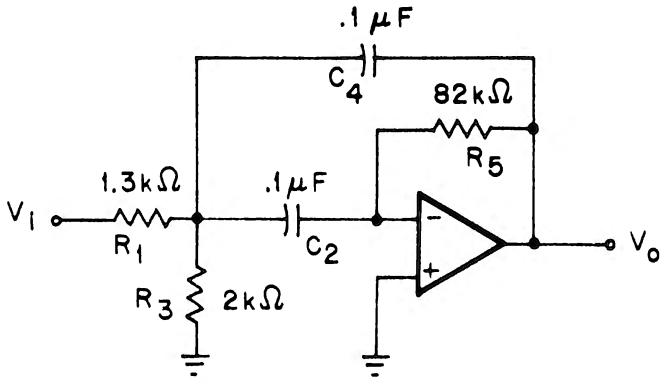



Figura 8-5

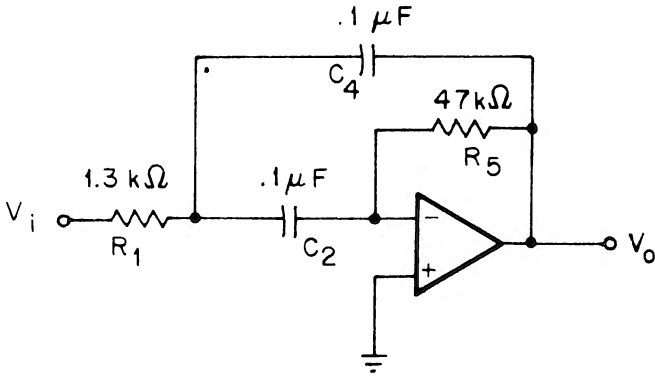



Figura 8-6

Conoscendo ora come progettare almeno un tipo di filtro passa-banda, determiniamo quale sarà la sua risposta in ampiezza. La risposta in ampiezza di un filtro passa-banda con un solo amplificatore operazionale è data da:

$$dB = 20 \log_{10} G - 10 \log_{10} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega} \right)^2 \right] \qquad (8\text{-}17)$$

ed è riportata in fig. 8-7. La risposta è di 0 dB massimo alla frequenza centrale (normalizzata a 1) e diminuisce poi su ambedue i lati. La pendenza della curva è funzione del valore di Q. Sebbene tutte le curve partono raddrizzandosi in modo che sembrino parallele alle estremità, *la pendenza di tutte le curve raggiunge i* ±6 dB/ottava o ± 20 dB decade, indipendentemente dal valore del Q del filtro. Quando la risposta di un filtro passa-banda presenta una pendenza di ± 6 dB/ottava si dice che è un filtro passa-banda *di 1° ordine, a 1 polo.*

Come esaminato in precedenza nel Capitolo 3, la *ripidità* della risposta di un filtro passa-banda in vicinanza della sua frequenza centrale dipende dal suo Q, che in ultima analisi dipende dalla sua *ampiezza di banda a − 3 dB.*

$$Q = \frac{\omega_0}{\text{Ampiezza di banda a 3 dB}} \qquad (8\text{-}18)$$

Riprendendo la definizione del Capitolo 3, *l'ampiezza di banda a 3 dB, è la differenza tra il valore superiore e inferiore della frequenza dove la risposta in ampiezza è inferiore di 3 dB alla risposta alla frequenza centrale,* l'equazione 8-18 diventa:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_H - \omega_L} \qquad (8\text{-}19)$$

Collegando correttamente in cascata due o più celle di filtro passa-banda di 2° ordine a 1 polo, possiamo ottenere una pendenza che sarà maggiore dei ± 6 dB/ottava della singola cella. Ad esempio, se colleghiamo in cascata due celle *identiche* di 2° ordine a 1 polo, avremo *un filtro passa-banda di 4° ordine a 2 poli* e la pendenza nella banda di reiezione arriva a ± 12 dB/ottava (40 dB decade). La risposta in ampiezza di un filtro passa-banda di 4° ordine a 2 poli è:

$$dB = 40 \log_{10} G - 20 \log_{10} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega} \right)^2 \right] \qquad (8\text{-}20)$$

Tuttavia, quando due sezioni a 1 polo uguali sono messe in cascata *il filtro a due poli risultante non avrà lo stesso Q del filtro a 1 polo. Il Q del filtro a 2 poli, sarà 1,553 volte il Q delle due sezioni identiche a 1 polo.*

$$Q_{2\text{-poli}} = 1{,}553\, Q_{1\text{-polo}} \qquad (8\text{-}21)$$

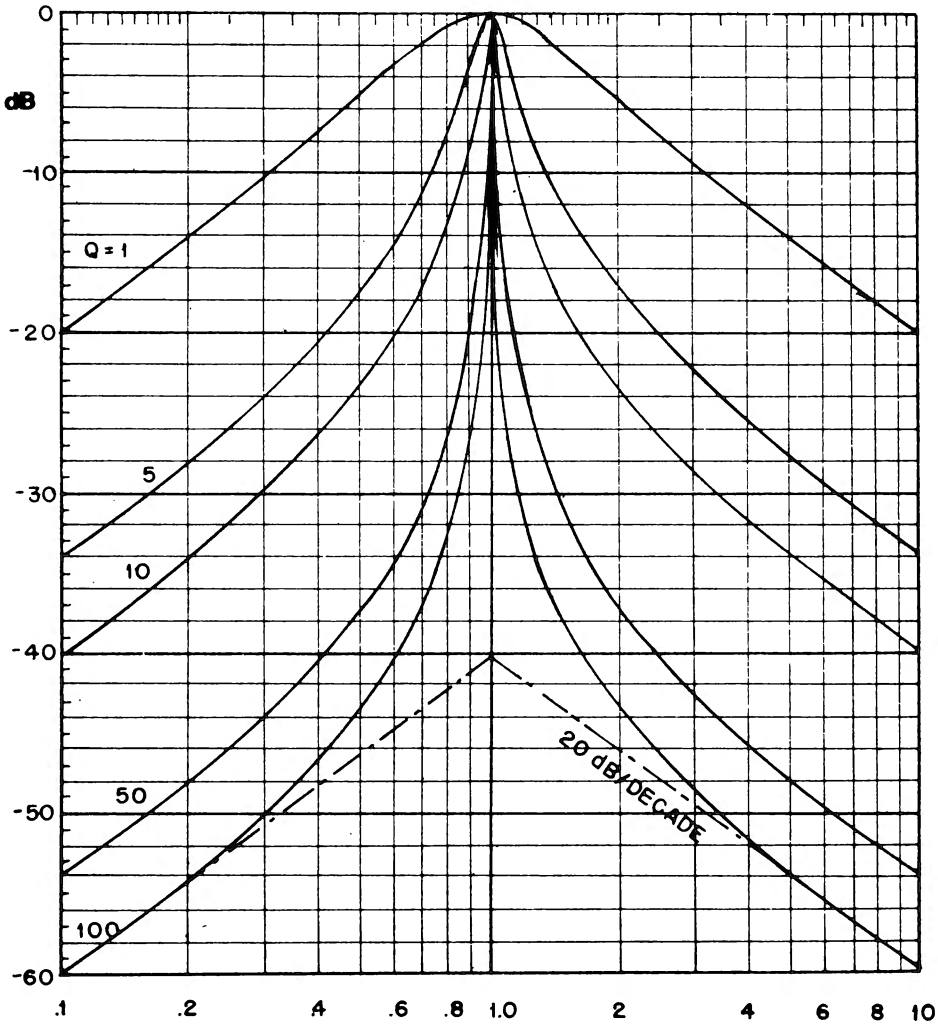



Figura 8-7

Collegando in cascata due celle uguali a 1 polo ciascuna avente ad esempio un Q = 5, il Q del filtro a 2 poli risultante è allora:

$$Q_{2\text{-poli}} = (1,553)\ (5) = 7,77$$

Quindi se vogliamo avere un filtro passa-banda a 2 poli di 1° ordine con un Q = 5 il valore di Q per ambedue le sezioni di 2° ordine a 1 polo deve essere 0,644 volte il Q del filtro a 2 poli richiesto.

$$Q_{1\text{-polo}} = 0,644\ Q_{2\text{-poli}} = (0,644)\ (5) = 3,22 \qquad (8\text{-}22)$$

Collegando in cascata tre sezioni identiche di 2° ordine a 1 polo, avremo allora *un filtro di 6° ordine a 3 poli* che ha una pendenza risultante di ± 18 dB/ottava o ± 60 dB/decade. La risposta in ampiezza è data da:

$$dB = 60 \log_{10} G - 30 \log_{10}\left[1 + Q^2\left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega}\right)^2\right] \qquad (8\text{-}23)$$

Similmente, collegando in cascata 4 sezioni uguali di 2° ordine a 1 polo si ottiene *un filtro di 8° ordine a 4 poli*, con una pendenza risultante di ± 24 dB/ottava o ± 80 dB/decade. Per questo filtro la risposta in ampiezza è:

$$dB = 80 \log_{10} G - 40 \log_{10}\left[1 + Q^2\left(\frac{\omega^2 - 1}{\omega}\right)^2\right] \qquad (8\text{-}24)$$

Tabella 8-1

Tipo di filtro	*Pendenza*	*$Q_{1\text{-polo}}$*
4° ordine 2 poli	± 12 dB/ottava	0,644 $Q_{2\text{-poli}}$
6° ordine 3 poli	± 18 dB/ottava	0,510 $Q_{3\text{-poli}}$
8° ordine 4 poli	± 24 dB/ottava	0,435 $Q_{4\text{-poli}}$

Per determinare correttamente i valori appropriati di Q in modo che sezioni identiche a 1 polo forniscano il Q desiderato nel caso di filtri di ordine superiore, sono indicati nella tabella 8-1 i fattori di moltiplicazione.

Esempio:

Progettare un filtro passa-banda di 6° ordine, 3 poli a reazioni multiple, con una frequenza centrale di 750 Hz, un guadagno in banda passante di 6 (+ 15,6 dB) e un Q di 10.

Essendo richiesto un filtro a 3 poli di 6° ordine, *occorre mettere in cascata tre celle di filtro a 1 polo di 2° ordine identiche.* Dalla tabella 8-1, il Q di ciascuna sezione deve essere:

$$Q_{1\text{-polo}} = 0{,}435\ Q_{3\text{-poli}}$$

$$= (0{,}435)\ (10)$$

$$= 4{,}35$$

Oltre a questo, poiché tutte le tre sezioni devono esser uguali, anche il guadagno in tensione per tutte le tre sezioni deve essere uguale. Per un guadagno risultante di 6 (+ 15,6 dB) ciascuna sezione deve avere un guadagno di:

$$G = (6)^{1/3}$$

$$= 1{,}82$$

Tutto quello che si richiede è di progettare la sezione a 1 polo richiesta con un G = 1,82 e un Q = 4,35. Usando il circuito base di fig. 8-1, scegliamo dapprima un opportuno valore di C_2 e C_4: ad esempio 0,033 μF. Si calcolano quindi i tre valori dei resistori, in modo che:

$R_1 = 15{,}4\ k\Omega$ (equazione 8-6)

$R_3 = 777\ \Omega$ (equazione 8-7)

$R_5 = 55{,}9\ k\Omega$ (equazione 8-9)

Usando resistori al 5%, il progetto completo è indicato in fig. 8-8.

Vi
15kΩ
750Ω
.033µF
.033µF
56kΩ
15kΩ
750Ω
.033µF
.033µF
56kΩ
15kΩ
750Ω
.033µF
.033µF
56kΩ
Vo

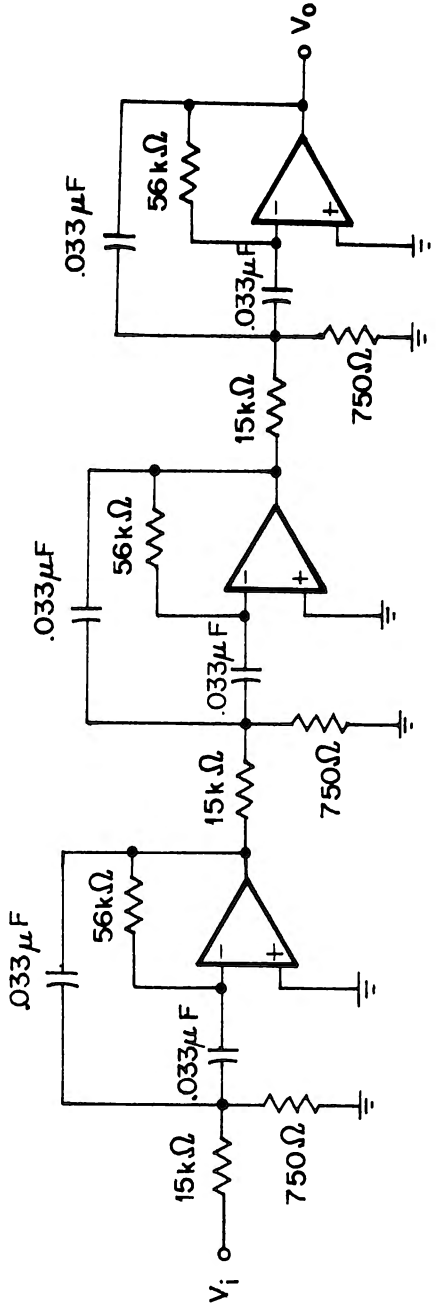



Figura 8-8

Il filtro passa-banda a reazioni multiple, con un solo amplificatore operazionale, è utile solo per valori di Q inferiori a 15-20. Tuttavia, con un op-amp aggiuntivo, è possibile ottenere valori di Q maggiori di 50, ma intervengono problemi che non sono compatibili con lo scopo di questo libro e non saranno quindi discussi.* Sarà però discusso nel prossimo capitolo un filtro passa-banda versatile, con Q elevati, *detto filtro a variabile di stato.*

Prima di concludere questa sezione sui filtri passa-banda è necessario un commento generale. Il filtro a reazioni multiple non è il solo filtro che utilizzi un singolo op-amp possibile. La sintesi dei filtri è un argomento interessante ed esistono spesso diverse soluzioni al medesimo problema. Chiedete a 5 progettisti elettronici di progettare un circuito che dia le prestazioni richieste e si otterranno probabilmente 5 soluzioni differenti, questo è particolarmente vero per il filtro passa-banda. Il filtro a reazioni multiple è solo uno dei tanti possibili filtri passa-banda, ma è generalmente considerato migliore.

FILTRI A LARGA BANDA

Molto spesso, in particolare nelle applicazioni audio, si desidera selezionare una banda estesa di frequenza con un guadagno relativamente costante, come illustrato in fig. 8-9.

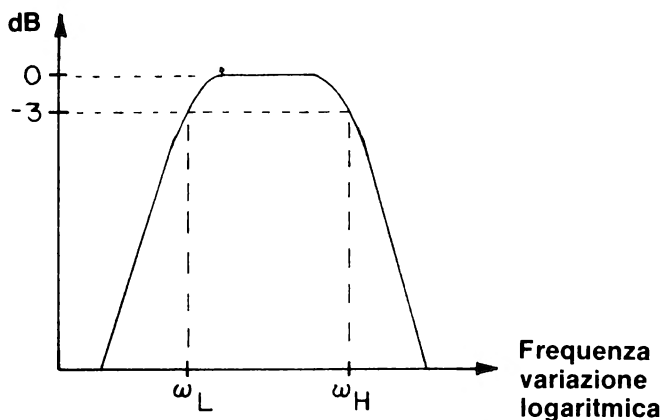



Figura 8-9

* Rif. (1) TOBEY, G. E *et al, Op-Amp Design & Application* Mc GRAW-HILL 1971 pp. 299-303; (2) LANCASTER, D: *Active Filter Cook Book*, Howard W. Sans & Co 1975, pp. 154-155

Si dice che una simile risposta passa-banda, è caratteristica di un *filtro a larga banda*. Come, d'altra parte, la risposta in ampiezza indicata in fig. 8-7 può essere detta un *filtro a banda stretta*. Quando un filtro passa-banda può essere definito un filtro a larga banda?

Non è possibile dare una risposta a questa domanda; possiamo utilizzare eventualmente la seguente definizione, una delle tante possibili:

- Se la banda passante a 3 dB di un filtro passa-banda è maggiore 2 volte della frequenza centrale, si dice che il filtro è a larga banda.

Per molti sistemi di comunicazione in banda fonica, è richiesto di eliminare il segnale, al disotto dei 300 Hz e sopra i 3000 Hz. L'ampiezza di banda è ovviamente di 2700 Hz e dell'equazione 3-4 la frequenza centrale, usando questo termine solo in senso matematico è

$$f_o = [(300)\ (3.000)]^{1/2}$$

$$= 949 \text{ Hz}$$

e il Q è:

$$Q = \frac{949 \text{ Hz}}{2,700 \text{ Hz}}$$

$$= 0,35$$

Con un valore di Q così basso è poco pratico, se non difficile, progettare un filtro a reazioni multiple passa-banda con una risposta simile a quella indicata in fig. 8-9. Praticamente, per ottenere questa risposta a larga banda, il miglior modo è *di collegare in cascata un filtro passa-basso con una frequenza di taglio f_H e un filtro passa-alto, con una frequenza di taglio f_L, come indicato in fig. 8-10*

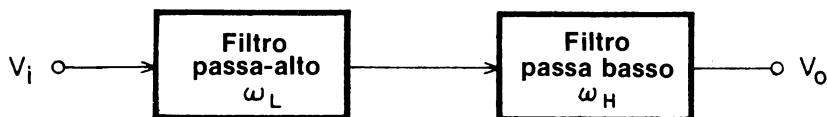



Figura 8-10

I filtri passa-basso e passa-alto discussi nei Capitoli 5, 6 e 7 sono ideali per questo scopo.

Esempio:

Progettare un filtro a larga banda a 300-3000 Hz con una risposta nella banda di attenuazione di 2° ordine Butterworth.

Sebbene sia possibile scegliere un qualsiasi tipo di filtro passa-basso o passa-alto, *consigliamo la scelta di filtri VCVS a componenti uguali.*

Dal grafico di fig. 5-9, la miglior combinazione di resistori al 5% che dia una frequenza di taglio di 300 Hz per la sezione passa-alto è R = 8,2 kΩ e C = 0,068 μF. Per la sezione passa-basso, la miglior combinazione è R = 8,2 kΩ e C = 0,0068 μF. Per ciascun filtro avente una risposta Butterworth in banda di attenuazione (con una pendenza di 12 dB/ottava) i resistori di ingresso e di reazione necessari sono dati in tabella 7-2 (per resistori al 5%) e in tabella 7-3 (per resistori all'1%); ne risulta il circuito completo di fig. 8-11.

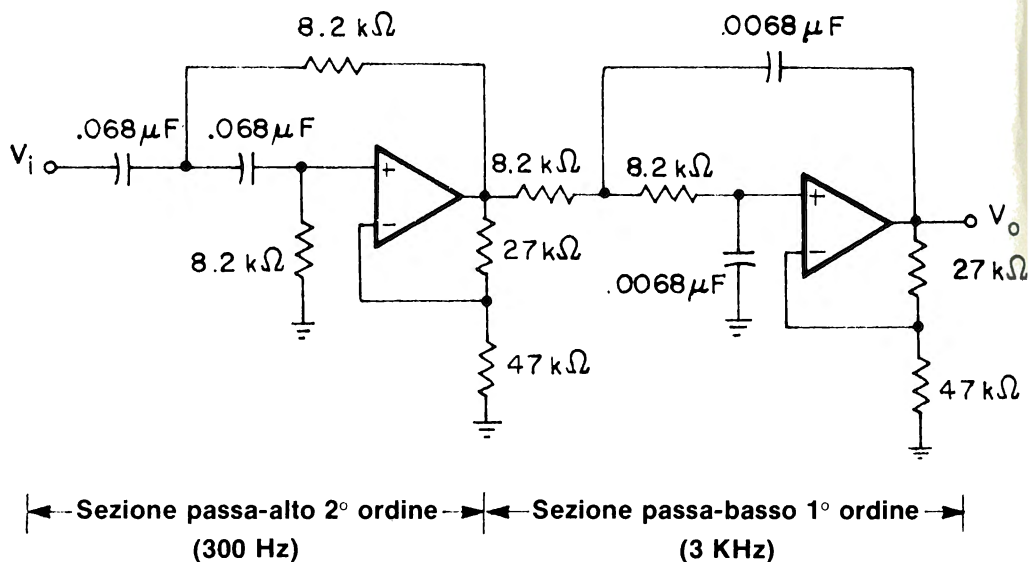



Figura 8-11

Per questo esempio, è necessario un commento conclusivo. Poiché in questo progetto si sono utilizzati filtri VCVS a componenti uguali, ricordiamoci che il guadagno di tensione nella banda passante di ambedue le sezioni è fissato a 1,589 (+ 4 dB). Di conseguenza, anche il guadagno risultante dal filtro a larga banda sarà fissato, a:

$$G_{WB} = (G_{LP})\,(G_{HP})$$

$$= (1{,}586)\,(1{,}586)$$

$$= 3{,}17\,(+\,8\ dB)$$

ad esempio, se è richiesto un filtro a componenti uguali VCVS Butterworth di 5° ordine usando i valori dati in tabella 7-3 il guadagno in banda passante del filtro a larga banda sarà fissato a 6,60 (+ 16,4 dB).

FILTRI A REIEZIONE DI BANDA (NOTCH)

Il filtro "notch" o a reazione di banda, è spesso utilizzato in sistemi audio e in strumentazione per eliminare una singola frequenza, ad esempio *il rumore* a 50-60 Hz della rete. Forse il filtro notch passivo meglio conosciuto è il filtro a *doppio "T"* (detto qualche volta Twin-Tee) indicato in fig. 8-12.

Per un circuito a doppio T, la frequenza di annullamento è data da:

$$\omega_n = 1/RC \qquad (8\text{-}25)$$

o

$$f_n = 1/2\,\pi RC \qquad (8\text{-}26)$$

Con un accoppiametro quasi perfetto dei 6 componenti, il filtro a doppio T è capace di una reiezione quasi infinita alla frequenza di annullamento. Tuttavia, usando componenti con tolleranza standard si ottiene una reiezione, *o grado di annullamento*, solo di 30 - 40 dB.

Poiché questo manuale si occupa di *filtri attivi*, introdurremo la rete a doppia T in un circuito op-amp, come indicato in fig. 8-13, per formare un filtro attivo notch. Il Q è calcolato mediante la relazione:

$$Q = R_2/2R_1 = C_1/C_2 \qquad (8\text{-}27)$$

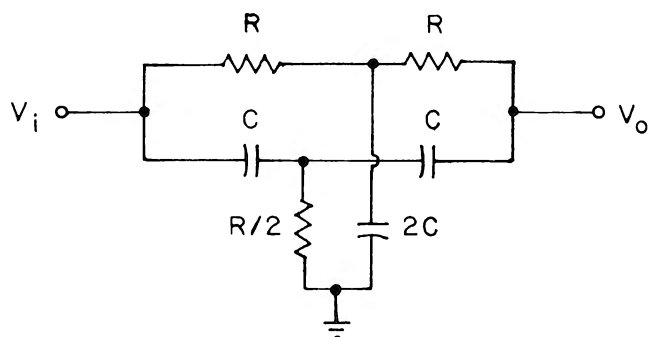



Figura 8-12

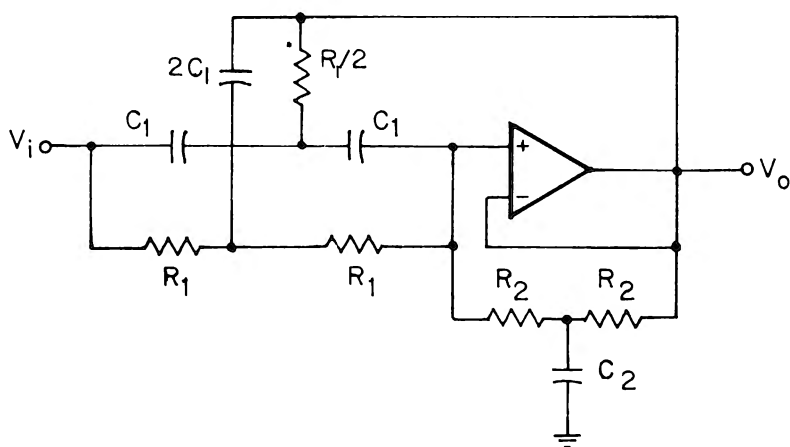



Figura 8-13

Poiché fondamentalmente l'op-amp è collegato a inseguitore di tensione (voltage follower), il guadagno in banda passante è unitario.

Esempio:

Progettare un filtro attivo notch a 60 Hz, usando il circuito di fig. 8-13, con un $Q = 5$.

Da ambedue le fig. 4-8 o 5-9 un valore ottimizzato di R_1 e C_1 in grado di dare un annullamento a 60 Hz è $R_1 = 5{,}6\ k\Omega$ $C_1 = 0{,}47\ \mu F$. Quindi con l'equazione 8-27:

$$R_2 = 56\ k\Omega$$

e

$$C_2 = 0{,}1\ \mu F$$

Per il resistore $R_1/2$, usiamo semplicemente due resistori da 5,6 kΩ collegati *in parallelo*; anche per il condensatore $2C_1$, usiamo due condensatori da 0,47 μF connessi *in parallelo*. Il progetto completo, con resistori al 5%, è indicato in fig. 8-14.

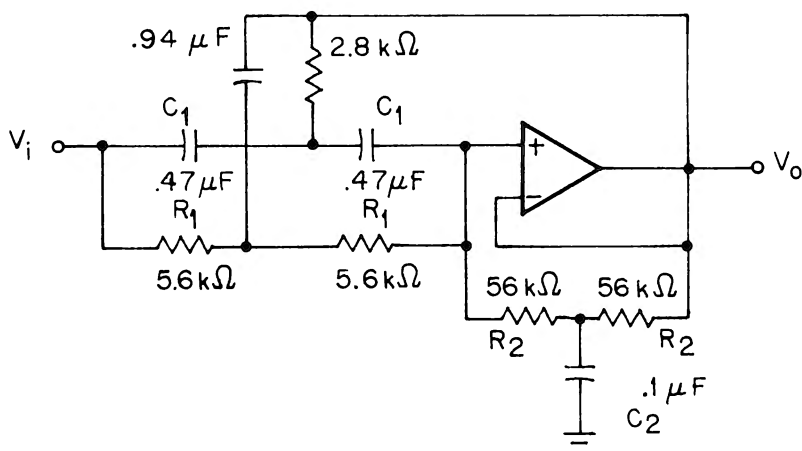



Figura 8-14

Utilizzando la rete di fig. 8-15, la frequenza di annullamento può essere regolata mediante un singolo potenziomentro su un vasto campo di frequenza.

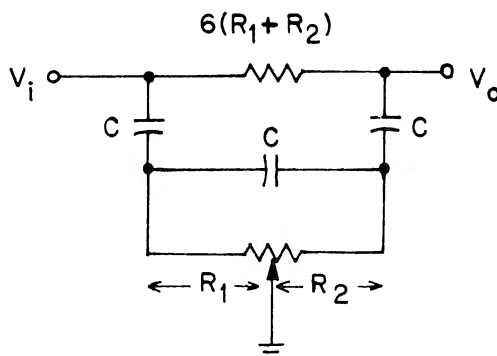



Figura 8-15

Questo tipo di rete detta *"differenziatore a ponte"* ha una frequenza di notch data da:

$$f_n = \frac{1}{2\pi C[3R_1R_2]^{1/2}} \tag{8-28}$$

Naturalmente, alla frequenza di notch la reiezione sarà tanto più elevata quanto più i valori dei componenti si avvicineranno ai valori teorici del progetto. Di conseguenza, i 3 condensatori devono essere esattamente uguali e i resistori di connessione tra ingresso e uscita devono essere esattamente 6 volte la resistenza variabile del ramo della rete. Tuttavia, la rete differenziatrice a ponte sarà più facilmente aggiustabile della rete a doppio T, richiedendo soltanto 2 potenziometri, (fig. 8-16).

In figura 8-17 è indicato un filtro attivo notch poco costoso con rete passiva differenziatrice a ponte; questo filtro può essere sintonizzato da 50 a 60 Hz con una reiezione minima di 30 dB, con condensatori al 10% e resistori al 5%, l'ampiezza di banda è approssimativamente 14 Hz per una frequenza di reiezione di 50 Hz e 18 Hz per il 60 Hz. Nell'esempio precedente, l'inserzione dei resistori e dei condensatori in parallelo è stata necessaria per minimizzare l'effetto della tolleranza dei componenti. Tuttavia, nel filtro a notch non sono necessari componenti con tolleranze strette, sempre che la frequenza di notch possa essere regolata.

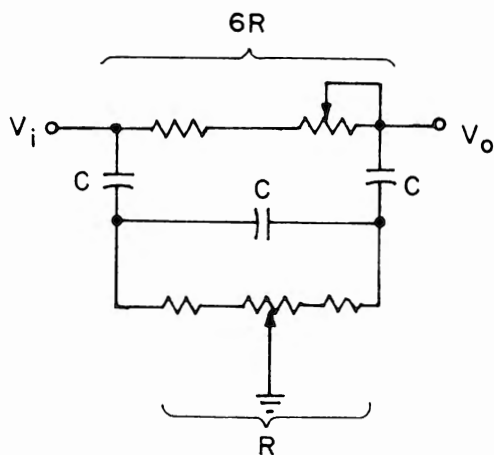



Figura 8-16

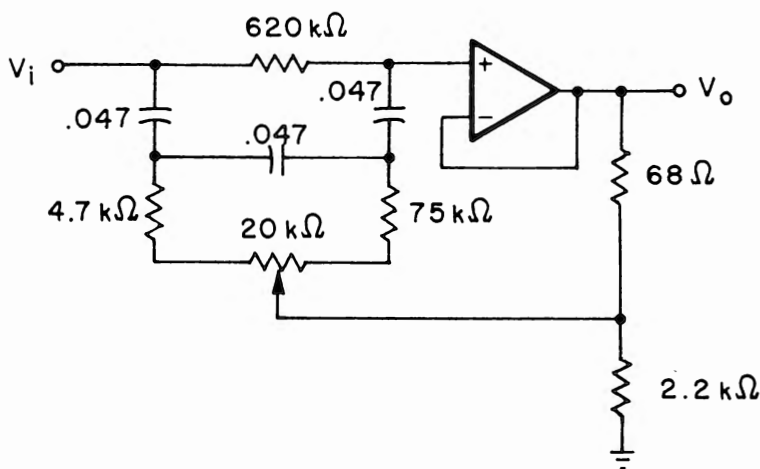



Figura 8-17

Altri tipi di filtri attivi si realizzano in modo da sottrarre un segnale da un altro. Dalla teoria classica dei filtri, *un filtro notch può essere ottenuto sottraendo il segnale di uscita da un filtro passa-banda dal suo segnale di ingresso.*

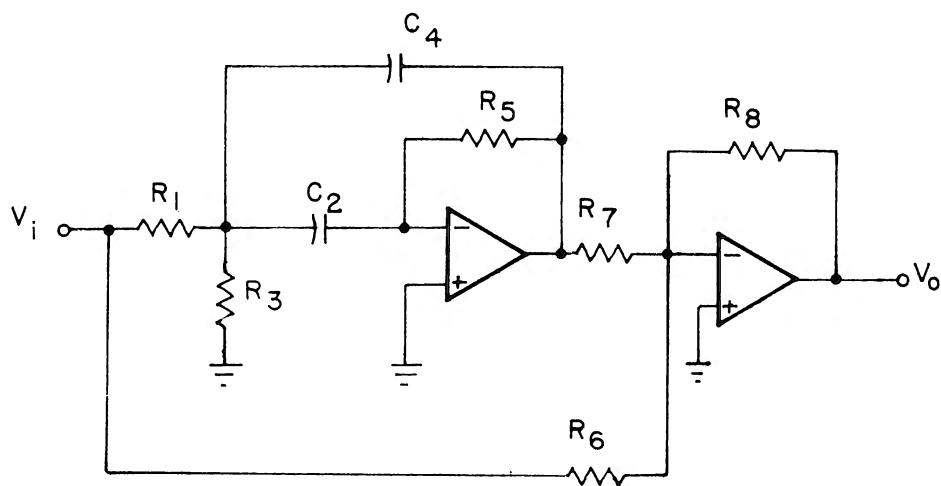



Figura 8-18

Il primo circuito è completamente il filtro passa-banda a reazioni multiple, di fig. 8-1, mentre il secondo op-amp è un amplificatore sommatore. Al nodo somma R_6 e R_7 al segnale di uscita del filtro passa-banda viene sottratto il segnale di ingresso. Con $C_2 = C_4$ per ottenere una buona reiezione con questo circuito, deve essere verificato che:

$$\frac{R_6}{R_7} = \frac{R_5}{2R_1} \tag{8-29}$$

Il termine di destra nell'equazione 8-9 ($R_5/2R_1$), è semplicemente *il guadagno in banda passante della cella di filtro passa-banda.*

Esempio:

Progettare un filtro notch a 60 Hz, usando il circuito di fig. 8-18 e fissando, per la cella passa-banda, che il guadagno in banda passante sia 3 e il $Q = 6$.

Utilizzando le equazioni 8-6, 8-7 e 8-8 il progetto della sezione passa-banda ne risulta semplificato. Per esempio fissando C_2 e $C_4 = 0{,}22\ \mu F$:

$$R_1 = \frac{(6)}{(3)\,(0{,}22\mu F)\,(2\pi)\,(60\ Hz)} = 24{,}1\ k\Omega$$

$$R_3 = \frac{(6)}{[(2)\,(6)^2 - 3]\,(0{,}22\mu F)\,(2\pi)\,(60\ Hz)} = 1{,}05 k\Omega$$

e

$$R_5 = \frac{(2)\,(6)}{(0{,}22\mu F)\,(2\pi)\,(60\ Hz)} = 145 k\Omega$$

Successivamente dall'equazione 8-29, R_6 e R_7 si ricavano l'uno in funzione dell'altro: $R_6 = 3R_7$, se $R_7 = 10\ k\Omega$ allora $R_6 = 30\ k\Omega$. La seconda sezione avrà guadagno unitario quando $R_8 = R_7 = 10\ k\Omega$. Il circuito completo con resistori al 5%, è indicato in fig. 8-19

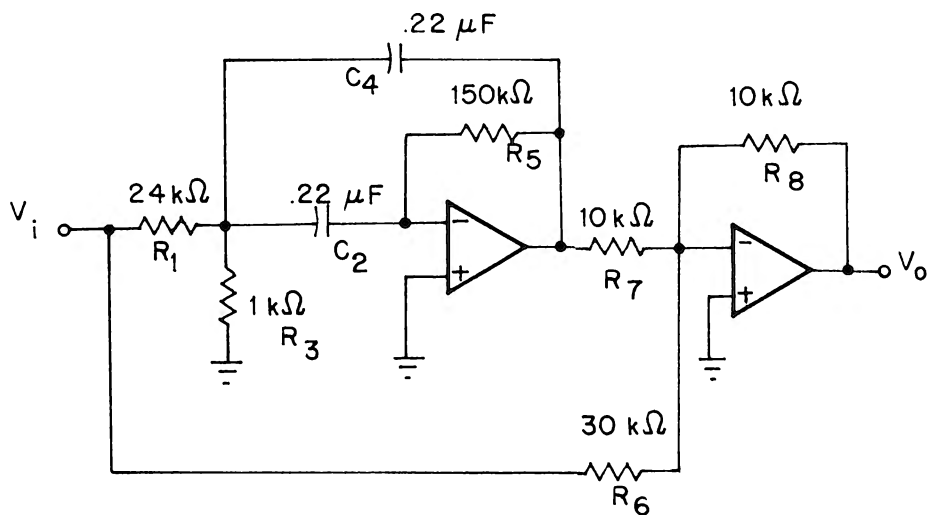



Figura 8-19

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

I seguenti esperimenti sono stati progettati per dimostrare il funzionamento e il progetto di filtri passa-banda notch. Durante questi esperimenti, è necessario essere più precisi nelle misure al fine di determinare, accuratamente, i vari parametri che interessano.

Gli esperimenti da eseguire possono essere riassunti come segue:

Esperimento N.	Scopo
1	Dimostare il funzionamento e sviluppare il progetto di un filtro attivo a reazioni multiple.
2	Dimostrare gli effetti del collegamento in cascata di celle passa-banda a 1 polo di 2° ordine.
3	Dimostare il funzionamento e sviluppare il progetto di un filtro passa-banda, ottenuto collegando in cascata sezioni singole passa-basso e passa-alto.
4	Dimostare il funzionamento e sviluppare il progetto di un filtro notch a doppio T con un solo op-amp.
5	Dimostrare il funzionamento e sviluppare il progetto di un filtro notch formato da una sezione passa-banda con un amplificatore sommatore in cascata.

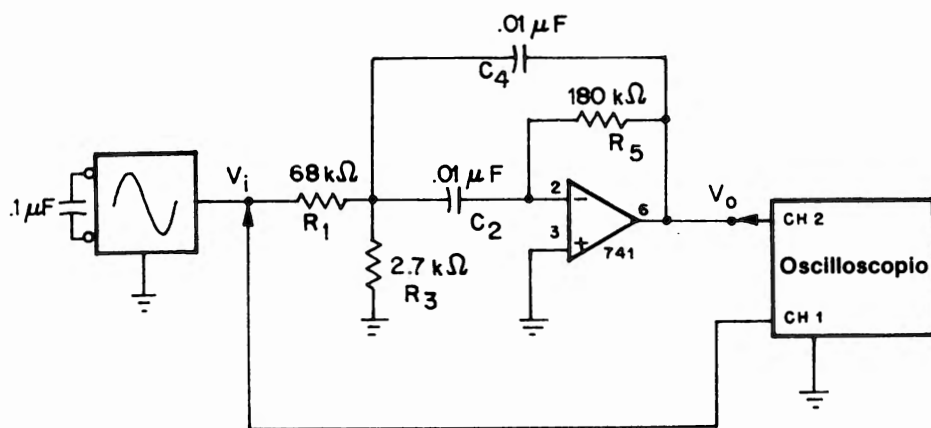
Nota:

A causa dell'elevato numero di calcoli numerici richiesti in questi esperimenti, si raccomanda vivamente l'uso di un calcolatore tascabile, per semplificare la parte calcolo.

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento sviluppa il progetto e analizza il funzionamento di un filtro passa-banda a reazioni multiple di 2° ordine, 1 polo.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza centrale: $$f_o = \frac{1}{2\pi C}\left[\frac{1}{R_5}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)\right]^{1/2}$$

dove $$R_1 = \frac{Q}{2\pi f_o GC}$$

$$R_3 = \frac{Q}{2\pi f_o C(2Q^2 - G)}$$

$$R_5 = \frac{2Q}{2\pi f_o C}$$

- Guadagno alla frequenza centrale: $G = \frac{R_5}{2R_1}$

- Spostamento della frequenza, mantenendo il guadagno in banda passante e l'ampiezza di banda costante:

$$R'_3 = R_3 \left(\frac{f_o}{f'_o}\right)^2$$

- Risposta in ampiezza:

$$20 \log_{10}G - 10 \log_{10} \left[1 + Q^2 \left(\frac{f^2 - 1}{f}\right)^2\right]$$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,2 V/div
- Base dei tempi: 0,2 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema. Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare la tensione di ingresso a 1,4 V (7 divisioni verticali). La taratura deve essere la più precisa possibile!

Passo 3

Variare ora la frequenza del generatore in modo che la tensione di uscita, visualizzata sul canale 2 dell'oscilloscopio, raggiunga la sua *massima ampiezza*. Misurare la tensione di uscita e il guadagno di tensione in questo punto. Può essere necessario ridurre la sensibilità del "canale 2" a 0,5 V/div. Qual'è il guadagno misurato? Comparatelo con quello teorico.

Il guadagno teorico sarà 1,32, quello misurato 1,28.
Misurare il n° di div. *orizzontali* occupate da un ciclo completo, senza variare la frequenza del generatore in modo da determinare la *frequenza centrale* (f_o) del filtro. Qual'è il valore ottenuto?

La frequenza centrale misurata dovrà essere 737 Hz. Se non ricordate come determinare la frequenza della misura della durata di un ciclo completo indicata dallo schermo dell'oscilloscopio, è indispensabile imparare questo metodo immediatamente in quanto verrà ripetuto più volte durante questi esperimenti. Un ciclo completo occupa 6,6 div/orizz. Quindi poiché la base dei tempi è stata fissata a 0,2 ms/div, avremo che:

$$f = \frac{1}{(6{,}6\ \text{divisioni})\ X\ (0{,}2\ \text{ms/divisione})}$$

$$= \frac{1}{1{,}32\ \text{ms}}$$

$$= 758\ \text{Hz}$$

Passo 4

Determinare ora la frequenza di taglio superiore e inferiore misurando la frequenza alla quale la risposta in ampiezza scende a 3 dB o a 0,707 volte, il massimo guadagno in tensione che è lo stesso di una diminuzione di guadagno di 3 dB. Per ottenere questo dato, moltiplicare il guadagno alla frequenza centrale per 0,707 (nel nostro caso questo valore è 0,90). Moltiplicare quindi questo valore intermedio per 1,4, (la tensione di ingresso del filtro) si ottiene la tensione di uscita alla quale la risposta è a 3 dB sotto il guadagno alla frequenza centrale (nel nostro caso 1,27 V). Dopo aver determinato questo valore, determinate quali sono la frequenza superiore e inferiore a 3 dB [da determinare variando la frequenza del generatore sopra e sotto la frequenza centrale fino a che il valore picco-picco della tensione raggiunge il valore particolare calcolato in precedenza (1,27 V)]:

$f_L =$ __________ Hz

$f_H =$ __________ Hz

Passo 5

Sottrarre il valore inferiore dal valore superiore (*ampiezza di banda a 3 dB*) e dividere questo valore per il valore misurato della frequenza centrale (passo 3) si ottiene Q o il *fattore di qualità*:

$$Q = \frac{f_o}{f_H - f_L}$$

$$=$$

Il Q calcolato avrà un valore approssimativo di 4,17.

In caso contrario ripetere il passo 3 e 4 misurando accuratamente la tensione e la frequenza. Nel nostro caso le frequenze misurate da 3 dB erano 672 e 860 Hz; quindi l'ampiezza di banda era di 188 Hz; il Q del filtro era 758/188 = 4,03.

Passo 6

Dalle frequenze misurate a 3 dB; possiamo verificare se l'equazione 3-4 è valida. Poiché la frequenza centrale, per definizione, *è la media geometrica delle due frequenze a 3 dB, o*:

$$f_o = (f_H f_L)^{1/2}$$

Usando l'equazione precedente è possibile confrontare e verificare il risultato con il valore determinato al passo 4.

Passo 7

Togliere l'alimentazione dalla piastra e sostituire il resistore da 2,7 kΩ (R_3) con un resistore a 1;5 kΩ. Ricollegare l'alimentazione, regolare la tensione di ingresso a 1 Vpp. Ripetere ora i passi 3, 4, 5 e 6 per determinare il guadagno di tensione del filtro alla frequenza centrale, l'ampiezza di banda e il Q, completando la seguente tabella:

Guadagno alla frequenza centrale = __________

Frequenza superiore a 3 dB = __________ Hz

Frequenza inferiore a 3 dB = __________ Hz

Ampiezza di banda = __________ Hz

Frequenza centrale = __________ Hz

Q = __________

Passo 8

Cambiando il valore del resistore R_3, confrontare la nuova frequenza centrale misurata nella fase precedente e con il valore ottenuta dall'equazione riportata nella sezione “Formule di Progetto”.

Dall'equazione data nella sezione "Formule di Progetto" avremo che la nuova frequenza centrale sarà:

$$f_o' = (758\ \text{Hz}) \left[\frac{2{,}7\ \text{k}\Omega}{1{,}5\ \text{k}\Omega} \right]^{1/2}$$

$$= 1{,}017\ \text{Hz}$$

valore di frequenza riferito alla frequenza centrale determinato nel passo 3.

Passo 9

Se le misure sono state eseguite accuratamente, troveremo che l'ampiezza di banda determinata nel passo 7 sarà, approssimativamente, la stessa ampiezza di banda del circuito originale mentre la frequenza è stata cambiata. Conseguentemente, il cambiamento di un solo resistore cambia solo la frequenza centrale. L'ampiezza di banda e il guadagno alla frequenza centrale rimangono gli stessi. Se non ne siete convinti sostituite un altro resistore a R_3 e ripetete i passi dal 3 al 4.

Passo 10

Togliere l'alimentazione dalla piastra e riportare il resistore R_3 a 2,7 kΩ come nello schema elettrico originale. Quindi, dopo aver ricollegato l'alimentazione. tarare la tensione di ingresso a 1,4 Vpp, regolare la frequenza del generatore a 100 Hz, (la base dei tempi dell'oscilloscopio deve essere predisposta a 1 ms/div. in modo che il periodo del segnale occuperà esattamente 10 divisioni orizzontali) per completare la seguente tabella:

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
100 Hz			
200 Hz			

La differenza tra le due frequenze è di 1 ottava, ed è sufficientemente lontana dalla frequenza centrale, da poter determinare la pendenza risultante del filtro passa-banda di 2° ordine a 1 polo. Sottrarre il guadagno in dB misurato a 200 Hz dal guadagno in dB a 100 Hz. Cosa si noterà?

Si noterà che la pendenza di un filtro passa-banda di 2° ordine a 1 polo è approssimativamente di 6 dB/ottava. Naturalmente, poiché la risposta in ampiezza del filtro passa-banda è *simmetrica rispetto alla frequenza centrale*; come si vedrà

successivamente, troveremo lo stesso risultato per una differenza di frequenza di 1 ottava sopra la frequenza centrale.

Passo 11

Predisporre la base dei tempi dell'oscilloscopio su 0,1 ms/div, regolare la frequenza del generatore a 5.000 Hz. (5 cicli completi per le 10 divisioni orizzontali) e determinare il guadagno in dB. Regolare, successivamente, la frequenza a 10 kHz, determinare il guadagno e completare la seguente tabella:

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
5.000 Hz			
10.000 Hz			

In questo caso quale sarà la pendenza?

La pendenza sarà approssimativamente di 6 dB/ottava. Poiché la risposta del filtro è simmetrica rispetto alla frequenza centrale, la pendenza al di sopra e al di sotto della frequenza centrale per un filtro passa-banda a 1 polo, 2° ordine, è di 6 dB/ottava o 20 dB/decade.

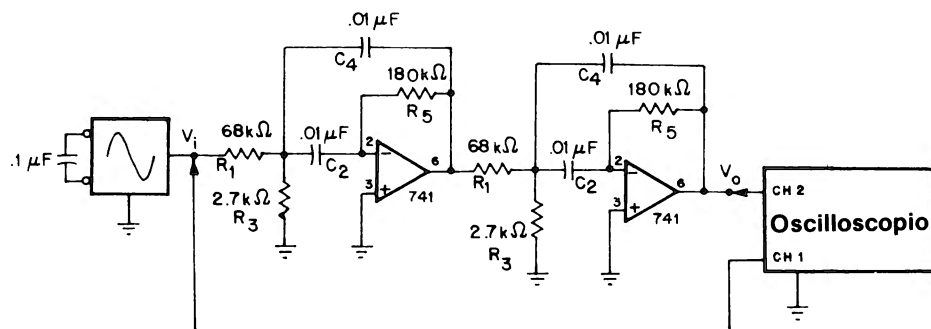
Passo 12

Come esercizio facoltativo, togliere il resistore da 2,7 kΩ dal circuito e determinare successivamente la frequenza centrale, il guadagno, l'ampiezza di banda e il Q. Verificare, successivamente i risultati con le equazioni 8-12, 8-13 e 8-15.

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento analizza il funzionamento di due sezioni identiche di un filtro passa-banda di 2° ordine a 1 polo collegate in cascata.

Schema del circuito

Formule di progetto

$$\text{Frequenza centrale: } f_o = \frac{1}{2\pi C}\left[\frac{1}{R_5}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)\right]^{1/2}$$

dove $R_1 = \dfrac{Q}{2\pi f_o G C}$

$$R_3 = \frac{Q}{2\pi f_o C(2Q^2 - G)}$$

$$R_5 = \frac{2Q}{2\pi f_o C}$$

- Guadagno alla frequenza centrale (1 sezione):

$$G = \frac{R_5}{2R_1}$$

- Guadagno risultante alla frequenza centrale f_o: G^2

- Q del filtro risultante a 2 poli, 4° ordine:

$$Q_{2\text{-poli}} = 1{,}553\ Q_{1\text{-polo}}$$

- Risposta in ampiezza:

$$40 \log_{10} G - 20 \log_{10} \left[1 = Q_{2\text{-poli}}^2 \left(\frac{f^2 - 1}{f} \right)^2 \right]$$

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,2 V/div
- Base dei tempi: 0,2 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema. Collegare l'alimentazione e regolare la tensione di ingresso a 0,8 Vpp.

Passo 3

Variare la frequenza del generatore in modo che la tensione di uscita del filtro arrivi al valore massimo. Dal numero di divisioni per un ciclo completo determinare la frequenza centrale del filtro. E' compresa entro i 10 Hz dal valore misurato nel passo 3 dell'esperimento precedente?

Poiché ambedue le sezioni del filtro sono identiche a quelle dell'esperimento precedente, la frequenza centrale deve essere la stessa. La frequenza centrale tuttavia, può anche non risultare la stessa a causa delle piccole differenze nei valori dei componenti delle due celle, in particolar modo del condensatore da 0,01 μF. Dallo schema

elettrico si vede l'importanza di avere i condensatori uguali, infatti il filtro ne comprende 4 tutti da 0,01 μF! Se la differenza rispetto alla frequenza centrale è maggiore di 10 Hz, cambiare i condensatori da 0,01 μF.

Passo 4

Determinare il guadagno alla frequenza centrale, confrontandolo con il guadagno calcolato.

Assumendo che ambedue le celle del filtro sono quasi uguali a quelle dell'esperimento precedente, il guadagno alla frequenza centrale dovrà essere uguale al quadrato del guadagno della singola cella. Il valore del guadagno misurato su di un circuito sarà di 1,62. Se il guadagno della 1ª sezione (determinato nell'esperimento N. 1) era di 1,28, il guadagno della seconda sezione deve essere 1,27. Questa piccola differenza è trascurabile.

D'altra parte, solo selezionando i resistori con un multimetro digitale e i condensatori con un capacimetro a ponte saremo in grado di rilevare eventuali differenze significative tra le due celle.

Passo 5

Determinare accuratamente le frequenze superiori e inferiori a 3 dB, misurando le frequenze alle quali la tensione di uscita e il guadagno in tensione diminuiscono di un fattore 0,707. La tensione di uscita alle frequenze 3 dB è stata calcolata, ad es:

$$V_o(3\,dB) = V_o\,(\text{frequenza centrale}) \times 0{,}707$$

$$= 1{,}30 \times 0{,}707$$

$$= 0{,}92\ V$$

Riportare in tabella i risultati;

f_L = __________ Hz

f_H = __________ Hz

determinare l'ampiezza di banda e il Q. I risultati sperimentali sono compatibili con i valori teorici?

Poiché il Q teorico per ciascuna sezione è 4,17, il Q risultante deve essere 1,553 volte questo valore o 6,48.

Passo 6

Predisporre, ora, la base tempi dell'oscilloscopio a 1 ms/div. Cambiare anche la sensibilità del canale da 2 a 10 mV/div. Regolare la tensione di ingresso a 1 Vpp, la frequenza in ingresso a 200 Hz; completare quindi la seguente tabella.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
200 Hz			
400 Hz			

Sottrarre il guadagno in dB misurato a 200 Hz dal guadagno in dB misurato a 400 Hz. Cosa si ottiene?

Troveremo che questa differenza è approssimativamente + 12 dB/ottava ed è la pendenza di un filtro 2 poli passa-banda di 4° ordine, al di sotto della frequenza centrale.

Passo 7

Poiché la risposta di un filtro passa-banda è simmetrica rispetto alla sua frequenza centrale, si dovrà ora misurare la pendenza nell'intervallo di 1 ottava al di sopra della frequenza centrale. Predisporre la base dei tempi dell'oscilloscopio a 0,1 ms/d e la frequenza del generatore a 2000 Hz in modo da completare la seguente tabella. Ricordiamo che la tensione di ingresso è ancora 1 Vpp.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
2.000			
4.000			

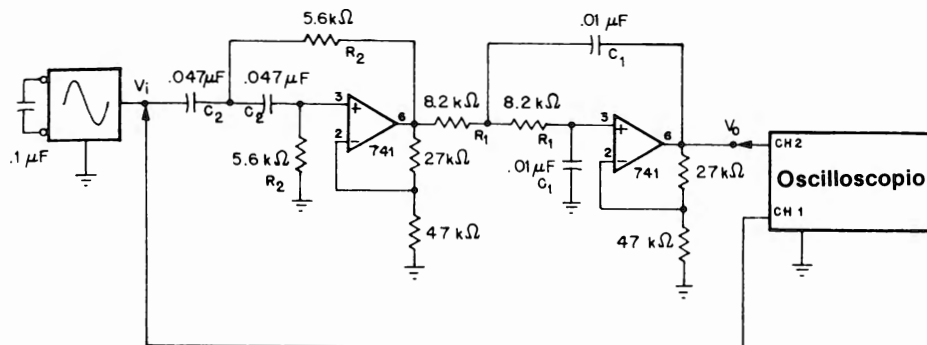
Sottrarre il guadagno in dB misurato a 200 Hz dal guadagno a 4000 Hz. Cosa si ottiene confrontando il risultato ottenuto con quello al passo 6?

La differenza deve essere approssimativamente – 12 dB/ottava ed è la stessa del passo 6 eccetto che la pendenza è *negativa*, in quanto è stato esaminato un intervallo di 1/ottava al di sopra della *frequenza centrale.*

ESPERIMENTO N. 3

Scopo

Questo esperimento analizza il funzionamento e il progetto di un filtro attivo a larga banda realizzato, collegando in cascata celle di filtro di 2° ordine, passa-basso e passa-alto Butterworth.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di taglio passa-basso: $f_1 = 1/2\pi R_1 C_1$

Frequenza di taglio passa-alto: $f_2 = 1/2\pi R_2 C_2$

dove $f_1 > f_2$

Guadagno in banda passante: 1,586 (+ 4 dB) per ciascuna sezione

Massimo guadagno del filtro: 2,52 (+ 8 dB)

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1: 200 mV/div
- Canale 2: 50 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato sullo schema. Collegare l'alimentazione alla piastra, regolare la tensione di ingresso a 1 Vpp e la frequenza del generatore a 100 Hz.

Passo 3

Iniziando da 100 Hz, variare la frequenza del generatore e completare la seguente tabella, riportando i risultati ottenuti sullo spazio in bianco previsto per questo scopo sul diagramma, mantenendo il livello di tensione sull'ingresso a 1 V per tutto il campo di misura.

Frequenza	V_o	V_o/V_i	*Guadagno sperimentale (dB)*
100 Hz			
200			
300			
400			
500			
600			
700			
800			
900			
1.000			
2.000			
3.000			
4.000			
5.000			

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza Hz

Passo 4

Dai risultati ottenuti quali sono le frequenze di taglio passa-basso e passa-alto?

Si troverà che le frequenze a 3 dB sotto la massima risposta in ampiezza sono approssimativamente, 600 Hz (passa-alto) e 2 kHz (passa-basso); con i componenti utilizzati in questo esperimento le frequenze effettive erano rispettivamente 605 Hz e 1,942 Hz.

Passo 5

Confrontare il massimo guadagno in tensione determinato in questo esperimento con il valore teorico. Cosa si nota?

Sebbene il massimo guadagno in tensione, alla frequenza approssimata di 1100 Hz sia 2,52 (+ 8 dB), il valore misurato sarà minore di questo valore. Durante questo esperimento, si è misurato un guadagno di 2,15. Esiste una semplice spiegazione del perché si verifica questo.

Primo, si era trovato che il guadagno in banda passante della sezione *passa-basso* era 1,52 e il guadagno in banda passante per la sezione *passa-alto* era 1,56. Di conseguenza, il guadagno massimo possibile in questo caso è 2,37. Quindi, se ci riferiamo al diagramma di fig. 5-2 che é la risposta in ampiezza normalizzata per un filtro di 2° ordine Butterworth passa-basso, la risposta in ampiezza, a una frequenza approssimativa di 1100 Hz è di 0,43 dB minore del guadagno in banda passante (0,95 volte il suo massimo valore) riferito a una frequenza di taglio di 1942 Hz (frequenza normalizzata di 0,57). Perciò il guadagno di tensione in banda passante della sezione passa-basso in prova a 1100 Hz era 1,52 volte 0,95 o 1,44.

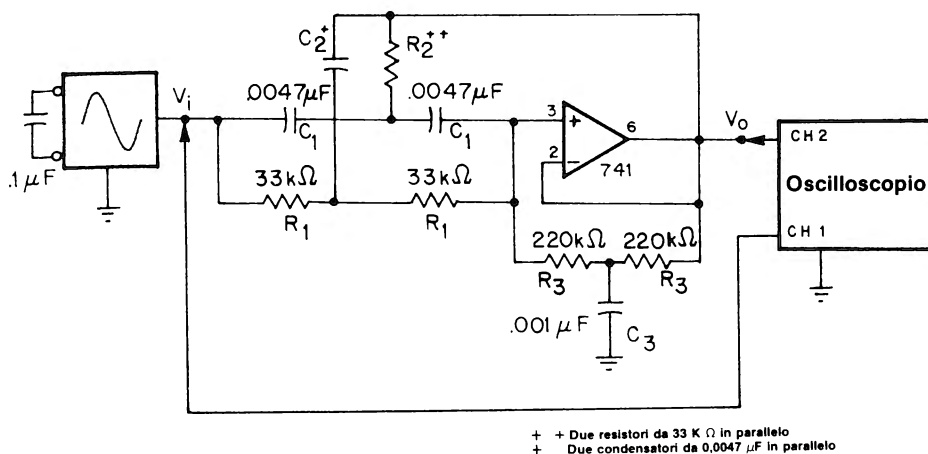
Per la sezione passa-alto, con una frequenza di taglio di 605 Hz, rileviamo dalla fig. 5-10 che la risposta in ampiezza è 0,96 volte il guadagno in banda passante, riferito a una frequenza normalizzata di 0,55. Perciò il guadagno di tensione in banda passante della sezione passa-alto in prova a 1100 Hz era 1,56 volte 0,96 o 1,50. Quando i due guadagni in banda passante vengono moltiplicati tra di loro il guadagno in banda passante del filtro risultante è quindi $1{,}44 \times 1{,}50 = 2{,}16$ (ricordate: si era misurato un valore di 2,15). Tuttavia, se le due frequenze di taglio sono separate da un intervallo di frequenza più grande, (banda più larga) il massimo guadagno che misurerete si avvicinerà al valore teorico di 2,52.

Poiché per queste celle di filtro Butterworth non esiste altra possibilità nei riguardi di quello che è il guadagno, in quanto sono fisse, non dovrete preoccuparvi di un risultato sperimentale non coincidente con il valore calcolato ma di ottenere le frequenze di taglio esatte. La spiegazione di cui sopra è stata inclusa per convincervi della reale corrispondenza tra risultati sperimentali e teorici.

ESPERIMENTO N. 4

Scopo

Questo esperimento analizza il progetto e il funzionamento di un filtro attivo notch a doppio T, con un solo amplificatore operazionale.

Schema del circuito

Formule di progetto

Frequenza di notch: $f_n = 1/2\pi R_1 C_1$

$R_1 = 2 R_2$

$C_2 = 2 C_1$

$R_3 = 4 QR_2$

$$C_3 = \frac{C_2}{2Q}$$

Guadagno in banda passante: unitario (1)

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,2 V/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato nello schema. Collegare l'alimentazione e regolare la tensione di ingresso a 1,4 Vpp (7 div/vert), e la frequenza a 100 Hz. La tensione di uscita dovrà essere 1,4 Vpp, in quanto il guadagno in banda passante è unitario.

Passo 3

Successivamente, aumentare lentamente la frequenza di ingresso fino a che la traccia 2 dell'oscilloscopio raggiunge il valore minimo della frequenza di notch. Misurare la tensione di uscita, determinare il guadagno in tensione e l'entità dell'attuazione a questa frequenza di notch riportando sotto il risultato

Attenuazione = __________ dB

Per questo circuito, l'entità dell'attenuazione dipende da quanto è preciso il rapporto tra R_1, R_2 e C_1, C_2

Come paragone, durante questo esperimento, si è ottenuto un'attenuazione di 21,5 dB.

Passo 4

Misurare ora la frequenza di notch e riportare sotto il risultato

f_n = __________ Hz

E' compatibile con il valore calcolato della frequenza di notch?

Il valore misurato della frequenza di notch deve essere vicino alla frequenza calcolata di 1027 Hz. Per il circuito in prova la frequenza era 1053 Hz.

Passo 5

Variare la frequenza sopra e sotto la frequenza di notch riportando le due frequenze alle quali la tensione di uscita è 1 V

f_L = __________ Hz

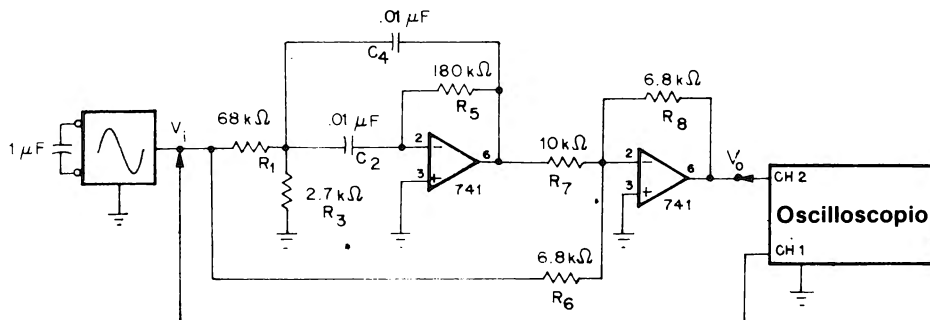
f_H = __________ Hz

Da queste due frequenze e dalla frequenza di notch misurata al punto 4 determinare il Q del filtro.
Il Q misurato è compatibile con il valore calcolato di 3,33?

ESPERIMENTO N. 5

Scopo

Questo esperimento analizza il funzionamento e il progetto di un filtro attivo notch ottenuto collegando in cascata una cella di filtro passa-banda con un amplificatore sommatore.

Schema del circuito

Formule di progetto

— *Sezione Passa-Banda del filtro*

Frequenza centrale: $f_n = \frac{1}{2\pi C}\left[\frac{1}{R_5}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)\right]^{1/2}$

Guadagno dalla frequenza centrale: $G = \frac{R_5}{2R_1}$

— *Sezione Amplificatore Sommatore*

Per $G = 1$: $R_6 = R_8$

e $R_7 = GR_8$

dove G è il guadagno in banda passante della sezione passa-banda del filtro.

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,2 V/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato nello schema. Collegare l'alimentazione alla piastra, regolare la tensione di ingresso a 1,4 V a la frequenza a 100 Hz. Qual'è il guadagno in tensione di questo circuito a questa frequenza?

La tensione di uscita misurata è approssimativamente uguale alla tensione di ingresso quindi il guadagno del filtro (principalmente il guadagno in banda passante) è 1 o unitario.

Passo 3

Predisporre ora il canale 2 a 10 mV/div e la base dei tempi a 0,2 ms/div. Variare la frequenza del generatore in modo che la tensione di uscita visualizzata sul canale 2 del vostro oscilloscopio raggiunga la *minima ampiezza.* Misurare la tensione di uscita e la frequenza e determinare *l'entità dell'annullamento* in dB. Il valore della frequenza di notch è compatibile con la frequenza centrale determinata al passo 3 dell'esperimento N. 1?

Poiché la sezione passa-banda di questo esperimento è esattamente la medesima del 1° esperimento di questo Capitolo la frequenza di notch di questo esperimento sarà quasi la stessa della frequenza centrale dell'esperimento N. 1. Durante questa prova, la frequenza di notch misurata era 794 Hz, confrontata con la frequenza centrale di 758 Hz dell'esperimento N. 1. Si è scoperto poi di non aver usato gli stessi condensatori da 0,01 μF in ambedue gli esperimenti. Assumendo di aver usato gli stessi condensatori di ambedue gli esperimenti, le due frequenze a meno di $\pm$ 5 Hz dovranno essere approssimativamente le stesse. L'entità dell'annullamento misurato (il guadagno in dB alla frequenza di notch) era di − 29,5 dB. Il questo circuito si dovrebbe ottenere un'attenuazione di almeno 25 dB senza ricorrere a componenti selezionati.

Passo 4

Variare ora la frequenza del generatore sopra e sotto la frequenza di notch e

determinare le frequenze a 3 dB del filtro. Questo si trova rilevando le due frequenze alle quali la tensione di uscita del filtro è di 1 Vpp ($1{,}4 \times 0{,}707 = 1$) Riportate sotto i risultati e sottrarre le due frequenze in modo da determinare la banda a 3 dB del filtro.

$f_H =$ __________ Hz

$f_L =$ __________ Hz

banda passante 3 dB = __________ Hz

L'ampiezza di banda determinata in questo esperimento è uguale all'ampiezza di banda determinata nell'Esperimento N. 1?

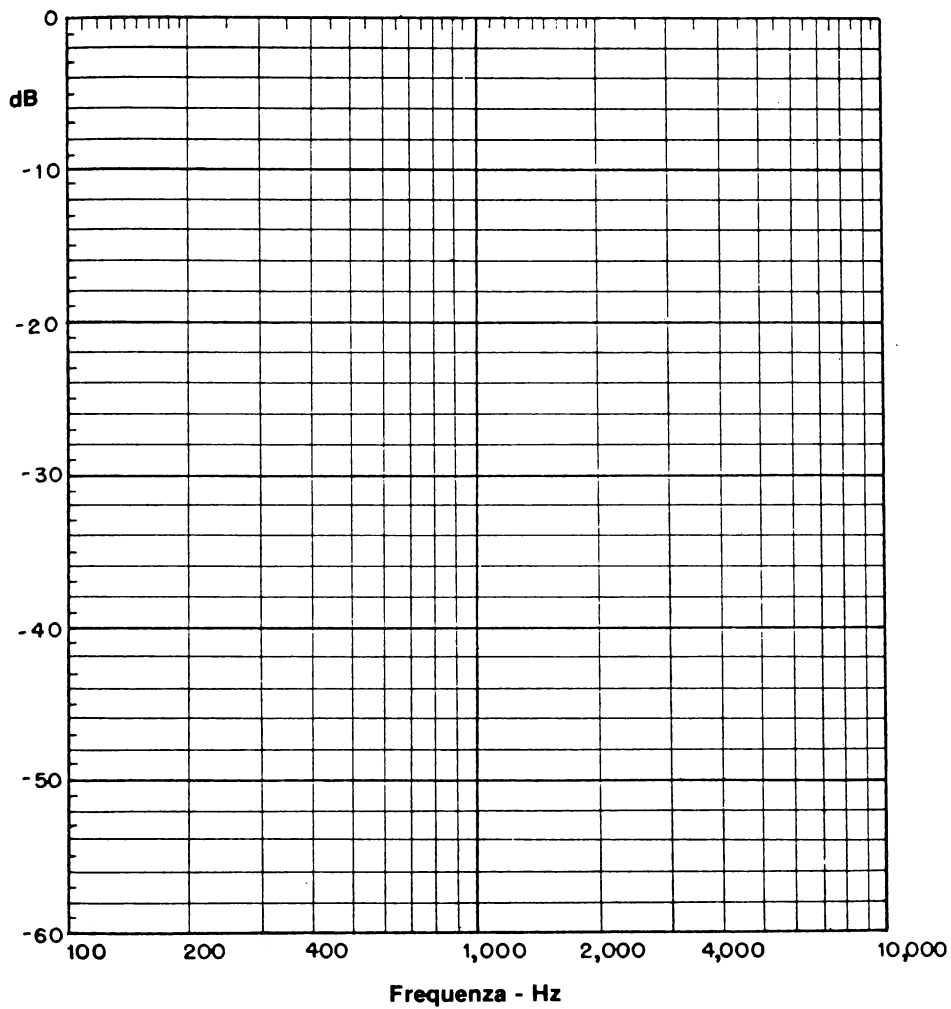
I due risultati devono essere uguali a meno di ± 5 Hz. Se, per es., è possibile misurare le due frequenze, inferiore e superiore altrettanto bene della frequenza di notch del filtro, calcolate la frequenza di annullamneto dalle due frequenze misurate a 3 dB, usando la formula:

$$f_n = (f_L f_H)^{1/2}$$

Approssimativamente, il risultato ottenuto è uguale a quello ottenuto nel Passo 3?

Passo 5

Per determinare l'andamento della risposta in ampiezza del filtro, variare la frequenza del generatore da 100 Hz fino a 5000 Hz, riportando i risultati sullo spazio in bianco previsto per questo scopo sul diagramma.

0
dB
-10
-20
-30
-40
-50
-60
100
200
400
1,000
2,000
4,000
10,000
Frequenza - Hz

CAPITOLO 9

IL FILTRO A VARIABILE DI STATO

INTRODUZIONE

In questo capitolo presenteremo un tipo di filtro a reazioni multiple detto filtro a variabile di stato. Sebbene questo tipo di filtro impieghi almeno 3 amplificatori operazionali esso è tuttavia in grado di fornire risposte passa-basso, passa-alto e passa-banda contemporaneamente. Quando è usato con un amplificatore operazionale addizionale, il filtro a variabile di stato può essere impiegato per realizzare un filtro notch.

OBIETTIVI

Alla fine di questo capitolo, sarà possibile:

- Progettare filtri a variabile di stato con risposte passa-basso, passa-alto, passa-banda simultanee.
- Combinare due uscite di un filtro a variabile di stato per formare un filtro notch.

IL FILTRO A VARIABILE DI STATO

Come indicato in fig. 9-1, il filtro a variabile di stato, detto qualche volta *filtro universale*, è ottenuto mediante le seguenti funzioni o blocchi analogici fondamentali:

- 1 blocco sommatore
- 2 integratori uguali tra loro
- 1 rete di smorzamento

Il tipo di interconnessione tra questi blocchi permette di ottenere *simultaneamente* filtri con le seguenti risposte.

- Filtro passa-basso di 2° ordine
- Filtro passa-alto di 2° ordine
- Filtro passa-banda a 1 polo

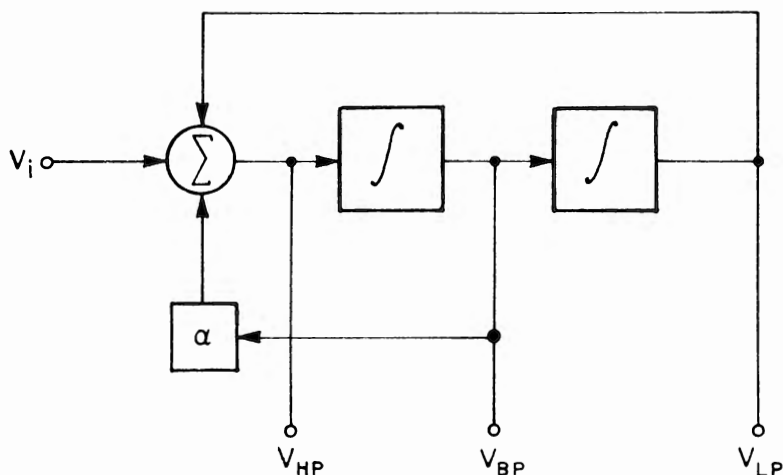



Figura 9-1

La frequenza di taglio del passa-basso e del passa-alto *sono uguali* alla frequenza centrale del passa-banda. Oltre a questo, il fattore di smorzamento α ($\alpha = 1/Q$ per il filtro passa-banda) è il medesimo per tutte le tre risposte.

IL FILTRO A VARIABILE DI STATO CON GUADAGNO UNITARIO

Quando la configurazione di figura 9-1 è sostituita da un circuito impiegante 3 op-amp abbiamo un *filtro a variabile di stato con guadagno unitario,* come in figura 9-2; il filtro è stato normalizzato per una frequenza di 1 rad/s e un livello di impedenza di 1 Ω. Il primo op-amp (A_1) realizzare il blocco sommatore di ingresso per i segnali passa-basso e passa-banda ed è il medesimo di figura 2-9. In serie a questo amplificatore sommatore abbiamo *due ingressi uguali* (A_2 e A_3) che determinano la frequenza di taglio e la frequenza centrale mediante le relazioni

$$\omega_c \text{ o } \omega_o = 1/RC \quad \text{rad/s} \tag{9-1}$$

o

$$f_c \text{ o } f_o = 1/2\pi RC \quad \text{Hz} \tag{9-2}$$

La *rete di smorzamento* è composta dai resistori R_A e R_B. Per le risposte del passa-basso e del passa-alto si ha una *risposta Butterworth di 2° ordine.*

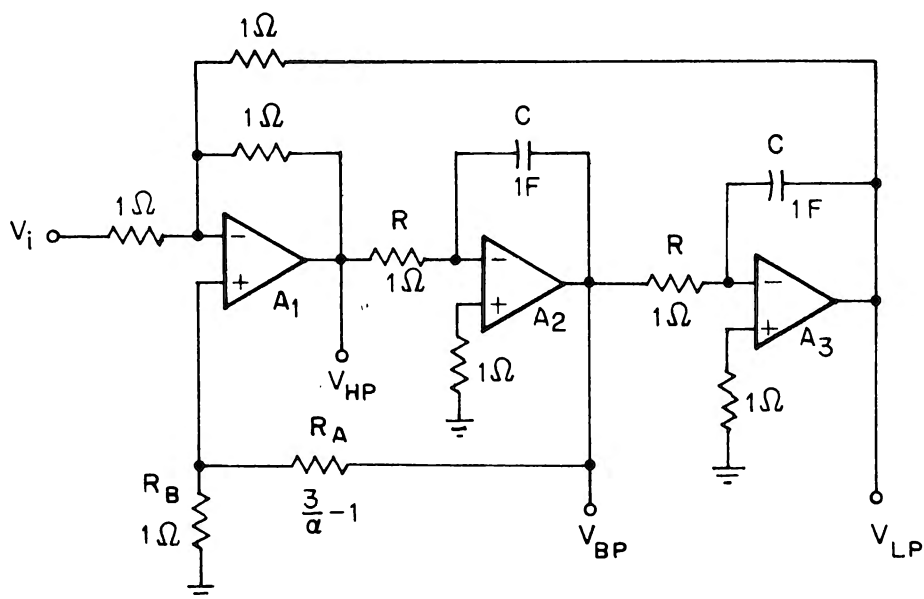



Figura 9-2

Il *fattore di smorzamento* deve essere 1,414, come già precisato nei Capitoli 5-6 perciò $R_A = 1{,}12\ \Omega$ quando $R_B = 1\ \Omega$. Per ottenere il minimo offset (tensione risultante in uscita quando la tensione di ingresso è zero) R_B deve essere 0,33 Ω ovvero è il parallelo tra i due resistori di ingresso a 1 Ω collegati all'*ingresso invertente di* A_1 e il resistore di reazione da 1 Ω. Quindi R_A deve essere 0,37 Ω. Tuttavia se la tensione di offset è trascurabile, deve essere verificata la seguente relazione:

$$R_A = \left(\frac{3}{\alpha} - 1\right) R_B \tag{9-3}$$

o, poiché $Q = 1/\alpha$

$$R_A = (3Q - 1)\, R_B \tag{9-4}$$

Oltre a questo se l'offset degli integratori è trascurabile, i resistori collegati agli ingressi non invertenti di A_2 e A_3 possono essere sostituiti da un semplice collegamento verso la

massa. Quando fissiamo un fattore di smorzamento uguale a 1,414 per ottenere una risposta Butterworth passa-basso e passa-alto di 2° ordine, la risposta del filtro passa-banda viene modificata sostanzialmente. Infatti il Q passa-banda è ora 0,707! Ad esempio se fissiamo un Q = 10 allora il fattore di smorzamento per le risposte passa-basso e passa-alto è 0,1 che non corrisponde in definitiva a una risposta Butterworth.

Riportando su un grafico l'equazione 5-3 per un guadagno passa-banda unitario:

$$dB = -20 \log_{10} [\omega^4 + (\alpha^2 - 2)\omega^2 + 1]^{1/2} \qquad (9\text{-}5)$$

e variando il fattore di smorzamento da 0,1 a 1,414 (es. Q varia da 10 a 0,707), si rileva dalla fig. 9-3 che si ha *un picco del guadagno* quasi in corrispondenza della frequenza di taglio con una risposta passa-basso del filtro a variabile di stato. Spostandosi da $\omega = 1{,}414$ (Risposta di Butterworth o massimamente piatta) a un valore un po' inferiore, si ottiene un picco maggiore. Per una qualsiasi frequenza di taglio data, si avrà un picco a:

$$\omega_{picco} = \omega_c \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)^{1/2} \qquad (9\text{-}6)$$

Per esempio se $\alpha = 0{,}5$ e la frequenza di taglio è normalizzata a 1 rad/s, figura 9-3, la risposta in ampiezza avrà un picco a 0,94 rad/s con un valore di + 6,3 dB. Lo stesso procedimento può essere applicato alla risposta passa-alto di un filtro a variabile di stato riportando su un grafico l'equazione 5-8:

$$dB = -20 \log_{10} \left[\frac{1}{\omega^4} + \frac{\alpha^2 - 2}{\omega^2} + 1\right]^{1/2} \qquad (9\text{-}7)$$

come indicato in figura 9-4. Il picco della risposta si avrà per un valore di ω:

$$\omega_{picco} = \omega_c / \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right)^{1/2} \qquad (9\text{-}8)$$

Di conseguenze, *non è possibile ottenere il massimo delle stazioni su tutte le tre uscite, ma si deve ottenere un compromesso.* A questo punto si dimensionerà il filtro per la risposta passa-basso, passa-alto Butterworth di 2° ordine o per la risposta passa-banda con un Q elevato.

Confrontando l'amplificatore sommatore di fig. 9-2 con quello di fig. 2-9, si possono dedurre delle considerazioni interessanti. Usando l'aquazione 2-12, *l'uscita passa-alto* V_{HP} può essere scritta come:

$$V_{HP} = -V_i - V_{LP} + \alpha V_{BP} \qquad (9\text{-}9)$$

+20
dB
+10
0
-10
-20
-30
-40
0.1
0.5
1.0
α = 1.414
.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

Figura 9-3

+20
dB
+10
0
-10
20
-30
-40
α = 0.1
0.5
1.0
1.414
.1
.2
.4
.6
.8
1.0
2
4
6
8
10
Frequenza normalizzata

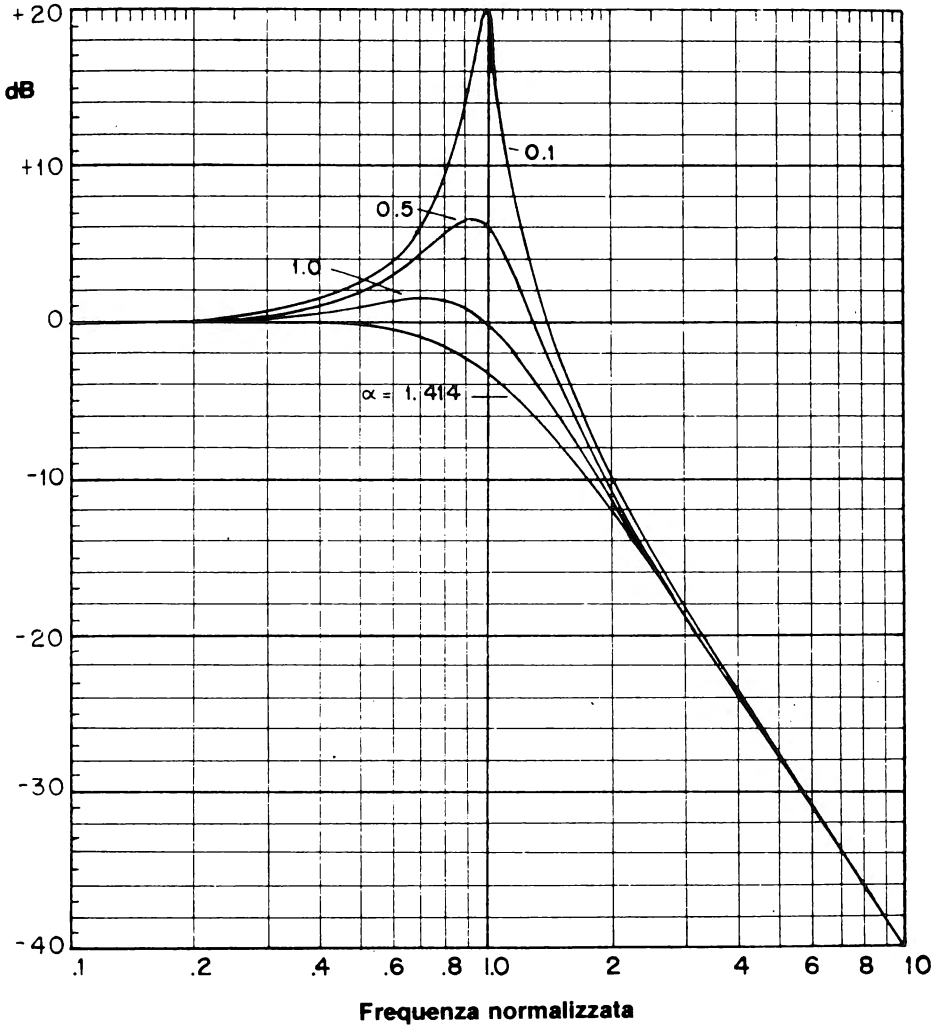
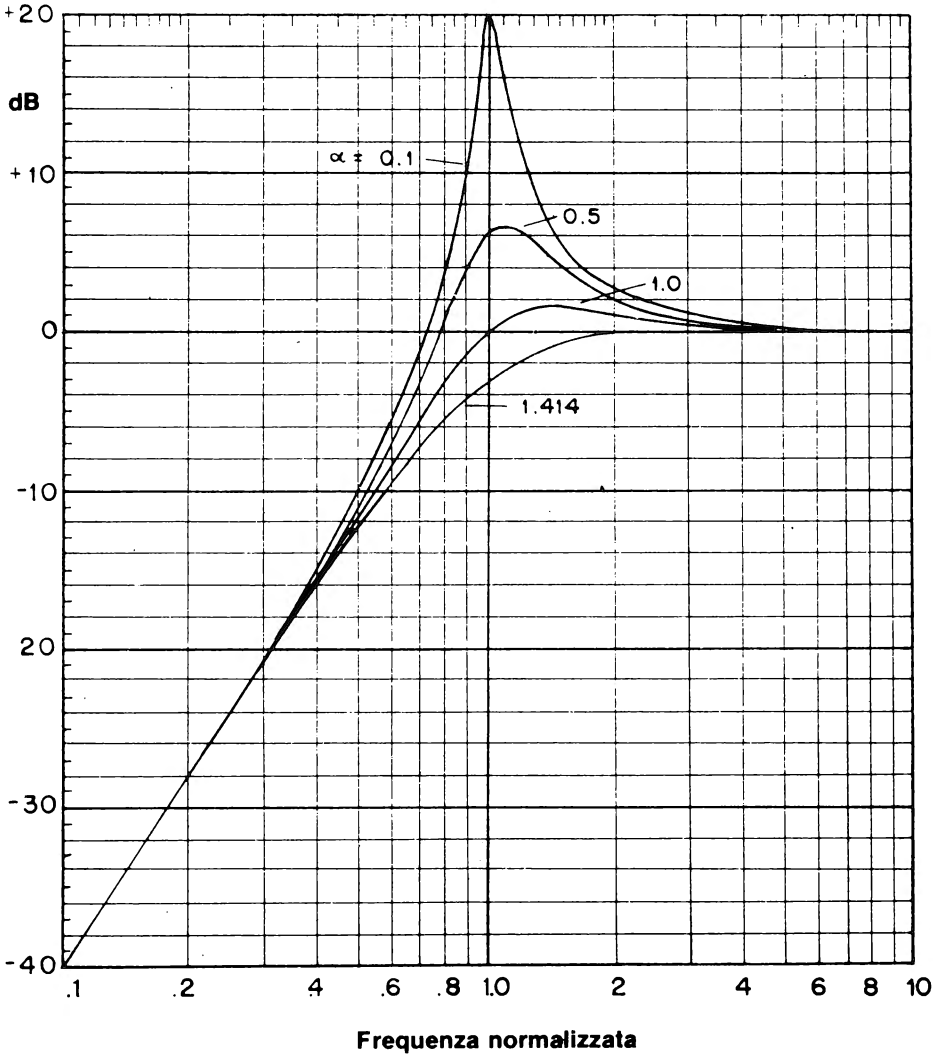



Figura 9-4

rielaborando la 9-9:

$$V_i = -V_{LP} - V_{HP} + \alpha V_{BP} \qquad (9\text{-}10)$$

Perciò, le risposte passa-alto e passa-basso avranno un *guadagno unitario in banda passante* quando:

$$\frac{V_{LP}}{V_i} = 1 \qquad \text{per } \omega < \omega_c \qquad (9\text{-}11)$$

e

$$\frac{V_{HP}}{V_i} = 1 \qquad \text{per } \omega > \omega_c \qquad (9\text{-}12)$$

Il guadagno del filtro passa-banda alla frequenza centrale sarà uguale a $1/\alpha$ o Q,

$$\frac{V_{BP}}{V_i} = Q \qquad \text{per } \omega = \omega_o \qquad (9\text{-}13)$$

Per *dimensionare* filtri a variabile di stato con guadagno unitario, viene usato il circuito normalizzato a 1 kHz, 10 kΩ di fig. 9-5.

Poiché la frequenza di taglio/centrale del filtro è determinata per il circuito di fig. 9-5 solo dall'equazione 9-2, il diagramma indicato in fig. 9-6 viene usato per determinare rapidamente la combinazione di R e C necessaria per una frequenza data.

Esempio:

Dimensionare un filtro a variabile di stato con una frequenza di taglio di 700 Hz per una risposta Butterworth di 2° ordine. Ripetere questo esempio in modc che la risposta passa-banda abbia un Q = 50.

Dalla figura 9-6 rileviamo che la migliore combinazione di R e C è R = 6,8 kΩ e C = 0,033 μF. Per una risposta Butterworth di 2° ordine, il fattore di smorzamento α deve essere 1,414 in modo che $R_A = 3/\alpha - 1$ o 1,12 volte R_B.

Per un offset minimo, R_B è 1/3 R o 2,3 kΩ (si userà un resistore da 2,2 kΩ 5%). Quindi R_A è 1,12 (2,3 kΩ) o 2,5 kΩ si userà allora un resistore da 2,4 kΩ 5%.

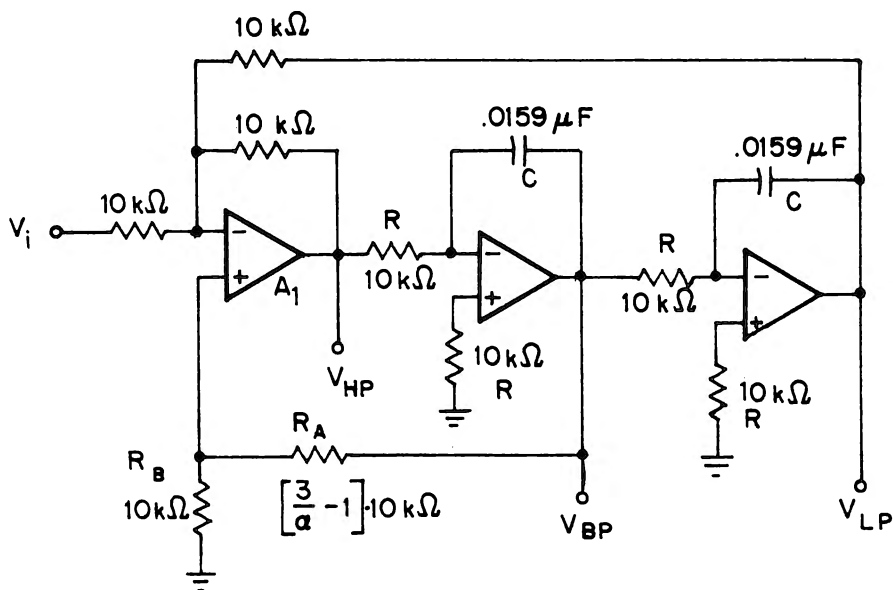



Figura 9-5

Trascurando l'offset, R_B può essere un qualsiasi valore a condizione che sia soddisfatta l'equazione 9-3. In questo caso, la combinazione $R_A = 3$ kΩ è la soluzione migliore. Il circuito finale è dato in fig. 9-7.

Ripetendo ora questo problema, ma per un $Q = 50$ tutto quanto rimane uguale eccetto i resistori R_A e R_B. Trascurando l'offset se $R_B = 1$ kΩ, allora $R_A = 149$ kΩ, si può perciò usare una resistore da 150 kΩ 5%. Il circuito finale, con un guadagno di tensione di 50 a 700 Hz è indicato in figura 9-9.

Poiché il filtro a variabile si stato ha una risposta passa-basso /passa-alto di 2° ordine, è possibile ottenere filtri a variabile di stato di *ordine superiore* mediante il metodo del Capitolo 7. Tuttavia c'è un piccolo vantaggio sempre che ci si limiti a filtri di 4° e 6° ordine in modo da avere *simultaneamente uscite passa-basso e passa-alto.* I fattori di smorzamento per questi filtri di 4° e 6° ordine, elencati in tabella 9-1, saranno usati per ottenere una risposta Butterworth.

.1
.068
.047
.033
.022
.015
.01
.01
.0068
.0047
.0033
.0022
.0015
.001
.001
C μF
R
1K
1.2K
1.5K
1.8K
2.2K
2.7K
3.3K
3.9K
4.7K
5.6K
6.8K
8.2K
10K
12K
15K
18K
22K
27K
33K
39K
47K
56K
68K
82K
100K
100 Hz
1 kHz
10 kHz
Frequenza di taglio

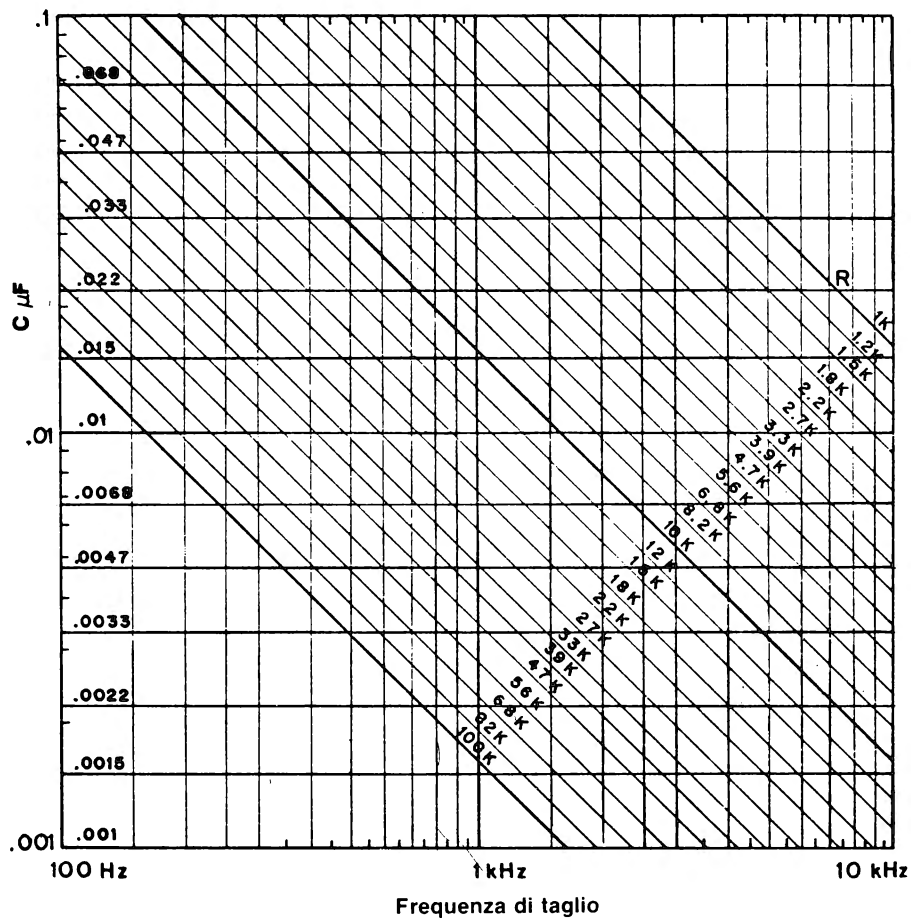
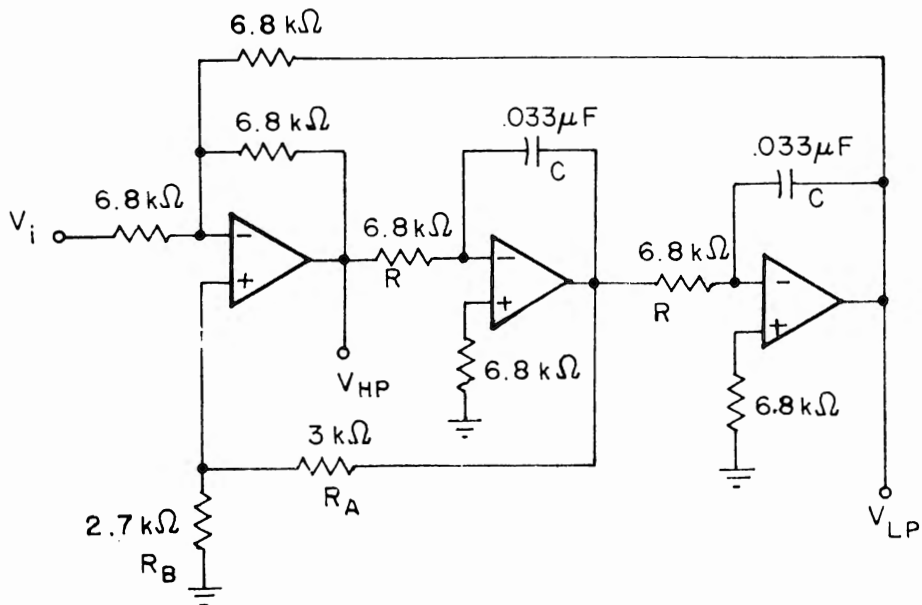
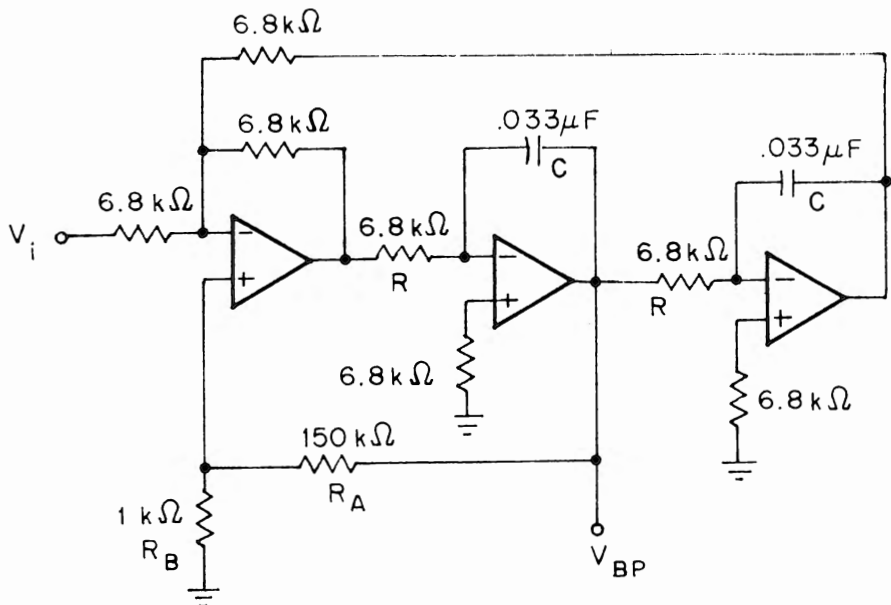



Figura 9-6

Figura 9-7

Figura 9-8

Tabella 9-1

Ordine	1ª Cella	2ª Cella	3ª Cella
4	1,848	0,765	
6	1,932	1,414	0,518

Esempio:

Progettare un filtro a variabile di stato di 6° ordine, con guadagno unitario a 700 Hz e risposta Butterworth.

Come nell'esempio precedente, R = 6,8 kΩ e C = 0,033 μF *per tutte e 3 le sezioni* (naturalmente avremo un totale di 9 amplificatori operazionali) Per ciascuna sezione i valori di R_A e R_B si ricavano dall'equazione 9-3:

1ª Cella: $\alpha = 1{,}932$

per cui $\frac{3}{\alpha} - 1 = 0{,}55$

o $R_A = 0{,}55\ R_B$

allora $R_A = 1{,}5$ kΩ e $R_B = 2{,}7$ kΩ

2ª Cella: $\alpha = 1{,}414$

per cui $\frac{3}{\alpha} - 1 = 1{,}12$

o $R_A = 1{,}12\ R_B$

allora $R_A = 3{,}6$ kΩ e $R_B = 3{,}3$ kΩ

3ª Cella: $\alpha = 0{,}518$

per cui $\frac{3}{\alpha} - 1 = 4{,}79$

o $R_A = 4{,}79\ R_B$

allora $R_A = 22$ kΩ e $R_B = 4{,}7$ kΩ

A questo punto, per collegare correttamente in cascata le 3 celle (o sezioni), è necessario usare un *interruttore 3P2T (3 poli 2 vie)* per poter selezionare sia l'uscita passa-basso che l'uscita passa-alto, come indicato nello schema a blocchi in figura 9-9.

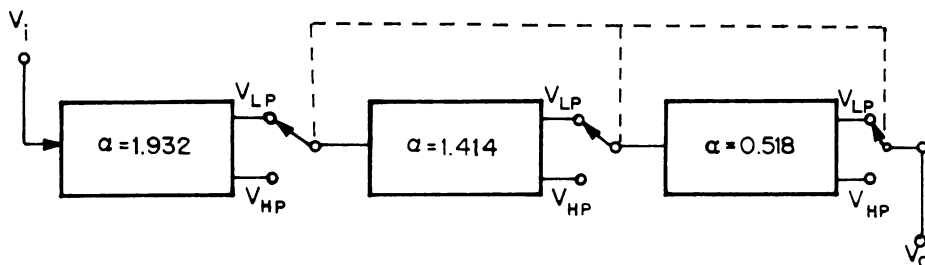



Figura 9-9

IL FILTRO A VARIABILE DI STATO CON 4 AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Esistono applicazioni in cui è richiesto che il guadagno di tensione nella banda passante del filtro a variabile di stato sia per la risposta passa-basso e passa-alto *maggiore dell'unità*. Come soluzione iniziale è possibile introdurre un circuito op-amp aggiuntivo e può essere un amplificatore invertente o non invertente inserito *dopo il filtro* per ottenere il guadagno desiderato.

Tuttavia, cambiando il tipo di amplificatore sommatore e la rete di smorzamento del filtro a variabile di stato con 3 op-amp, possiamo ottenere che il guadagno e lo smorzamento *siano indipendenti tra di loro*, il circuito di figura 9-10 è normalizzato per una frequenza di taglio di 1 rad/s e un livello di impedenza di 1 Ω. Introducendo il 4° op-amp (A_4), il nuovo amplificatore sommatore avrà ora *tutti i tre segnali collegati al suo ingresso invertente*, e il coefficiente $[3/\alpha - 1]$ è eliminato. Come nel caso precedente ambedue gli integratori (A_2 e A_3) determinano la frequenza di taglio e centrale del filtro, come indicato dall'equazione 9-1.

L'uscita dell'amplificatore sommatore, può essere espressa nei termini dei 3 ingressi come:

$$\frac{1}{G} V_{HP} = -V_i - \frac{1}{G} V_{LP} + \frac{1}{G} \left(\frac{R_B}{R_A}\right) V_{BP} \qquad (9\text{-}14)$$

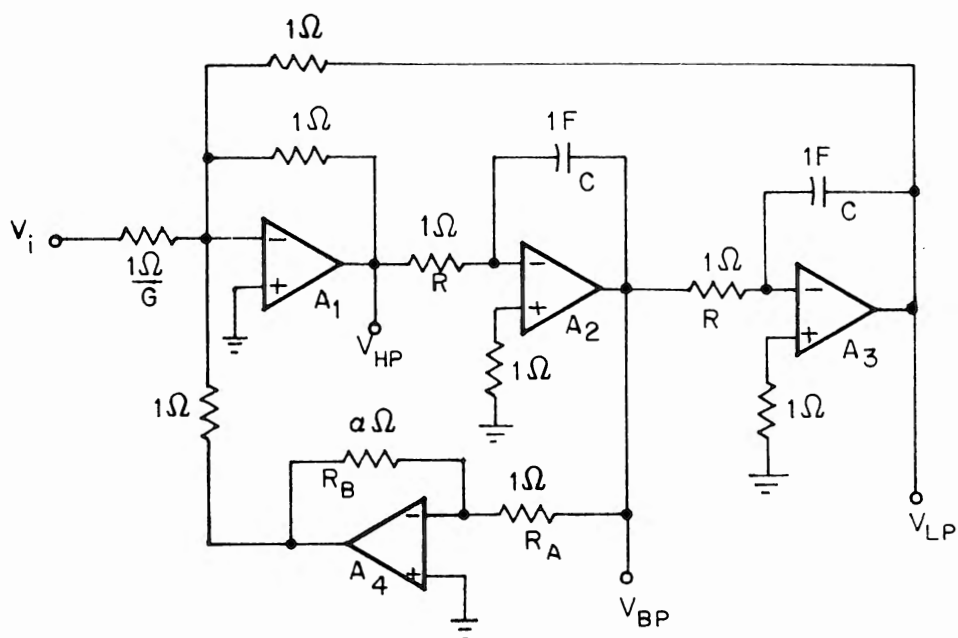



Figura 9-10

$$GV_i = -V_{HP} - V_{LP} + \left(\frac{R_B}{R_A}\right) V_{BP} \qquad (9\text{-}15)$$

Dall'equazione precedente, le risposte in ampiezza passa-basso e passa-alto avranno un guadagno di tensione nella banda passante rispettivamente uguale a:

$$\frac{V_{LP}}{V_i} = G \qquad (9\text{-}16)$$

e

$$\frac{V_{HP}}{V_i} = G \qquad (9\text{-}17)$$

Confrontando l'ultimo termine a destra delle equazioni 9-10 e 9-14 troviamo che:

$$\frac{R_B}{R_A} = \alpha \qquad (9\text{-}18)$$

di conseguenza

$$R_B = \alpha R_A \qquad (9\text{-}19)$$

o

$$R_A = QR_B \qquad (9\text{-}20)$$

Sulle uscite passa-basso e passa-alto per avere una risposta Butterworth con un guadagno di tensione in banda passante uguale a G deve essere $R_B = 1{,}414\ \Omega$ quando $R_A = 1\Omega$. Per il filtro passa-banda il guadagno in tensione alla frequenza centrale sarà:

$$\frac{V_{BP}}{V_i} = G\left(\frac{R_A}{R_B}\right)$$

$$= GQ \quad \text{per } \omega = \omega_0 \qquad (9\text{-}21)$$

e $R_B = Q\ \Omega$ quando $R_A = 1\ \Omega$.

Per dimensionare un filtro a variabile di stato si utilizzerà il circuito normalizzato alla frequenza di taglio di 1 kΩ e a un livello di impedenza di 10 kΩ come si vede in figura 9-11

Esempio:

Progettare un filtro a variabile di stato 700 Hz con Q = 50 e un guadagno di tensione alla frequenza centrale di 100 (+ 40 dB).

Dai due esempi precedenti si ricava R = 6,8 kΩ e C = 0,033 μF. Poiché Q = 50 e il guadagno di tensione alla frequenza centrale è 100 allora, dall'equazione 9-21,

$$GQ = 100$$

Figura 9-11

oppure

$$G = 100/50$$

$$= 2$$

Perciò il resistore in serie al segnale di ingresso V_i (ingresso invertente da A_1) deve essere uguale a 6,8 kΩ/G o 3,4 kΩ (utilizzare un resistore 3,3 kΩ 5%).

I valori per R_A e R_B si ricavano dall'equazione 9-20 fissando prima $R_B = 6{,}8$ kΩ in modo che:

$$R_A = 50 \times 6{,}8\ k\Omega$$

$$= 340\ k\Omega \quad \text{(utilizzare un resistore da 330 k}\Omega\text{ 5\%)}$$

il circuito finale è indicato in figura 9-12.

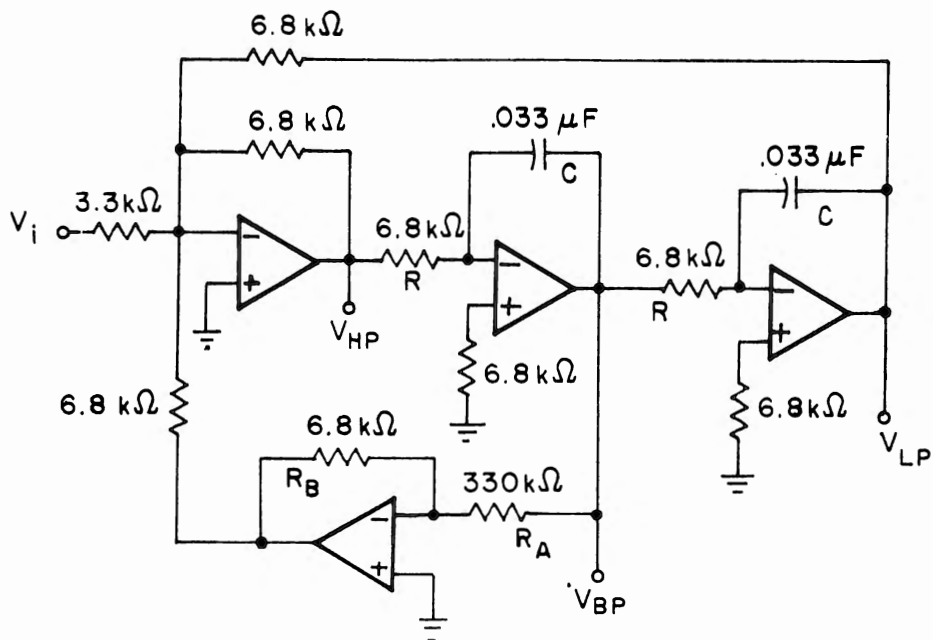



Figura 9-12

IL FILTRO A REIEZIONE DI BANDA A VARIABILE DI STATO

Una caratteristica interessante del filtro a variabile di stato qualora sia formato da 3 o 4 op-amp, è quello di *poter sommare simultaneamente le uscite passa-basso e passa-alto* ottenendo un filtro a reiezione di banda (notch) a variabile di stato, indicato schematicamente in figura 9-13.

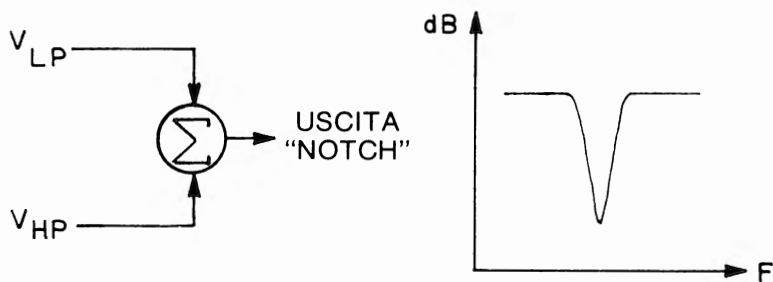



Figura 9-13

Quello che è necessario ora è un *amplificatore sommatore a 2 ingressi con guadagno simmetrico*. Poiché si conosce come dimensionarne uno, del Capitolo 2, il filtro notch finale è indicato in figura 9-14; i resistori R possono avere un valore qualsiasi. L'ampiezza del notch alla frequenza centrale sarà uguale a − 30 dB circa.

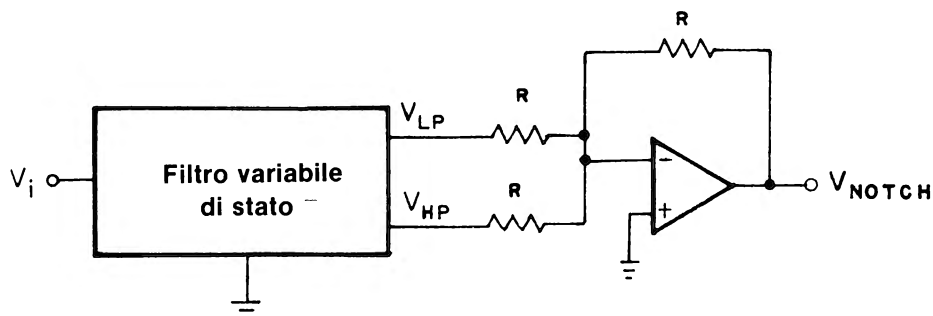



Figura 9-14

E' possibile ottenere lo stesso risultato usando, separatamente, filtri passa-basso e passa-alto di 2° ordine, come quelli dati nei Capitoli 5 e 6, ma ambedue i filtri dovranno essere tarati accuratamente per ottenere esattamente la stessa frequenza di taglio. Diversamente, *la risposta in ampiezza del filtro notch non sarà simmetrica rispetto alla frequenza centrale.*

Esempio:

Dimensionare un filtro notch a 1,5 kΩ con Q = 20 usando un filtro a variabile di stato con guadagno unitario.

Usando la fig. 9-6, si possono determinare i valori di R e C in modo che R = 3,3 kΩ e C = 0,033 μF. Utilizzando il circuito di figura 9-5, si può ora determinare i valori di R_A e R_B dell'equazione 9-4 in modo che:

$$R_A = [(3)\ (20) - 1]\ R_B$$

$$= 59\ R_B$$

Una possibile combinazione di valori R_A e R_B, usando resistori al 5% è 130 kΩ e 2,2 kΩ rispettivamente. Il progetto della sezione a variabile di stato è definito. Per completare il progetto, aggiungere un amplificatore sommatore a 2 ingressi alle uscite passa-basso e

passa-alto, ottenendo il circuito finale di figura 9-15.

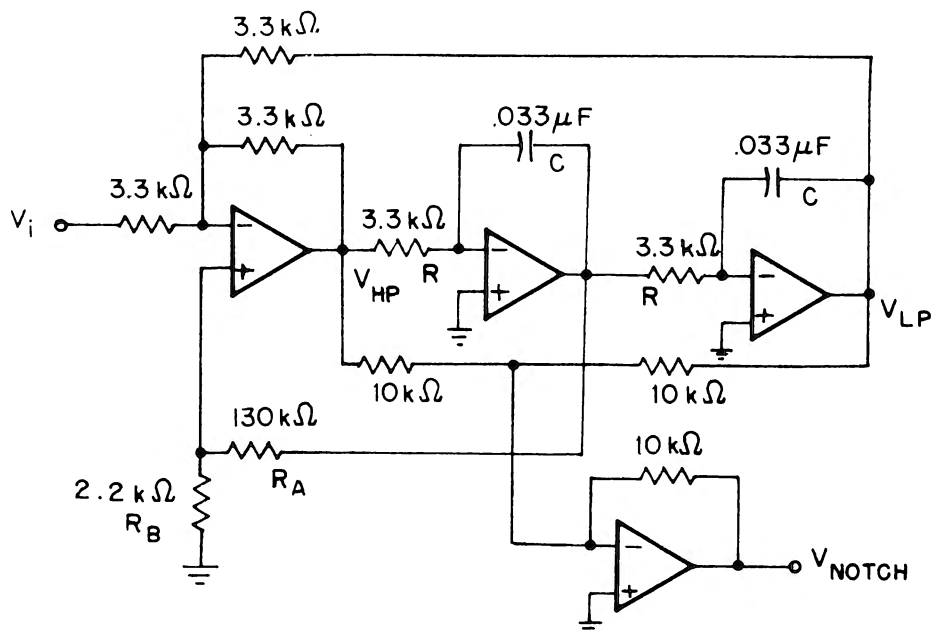



Figura 9-15

Esempio:

Ripetere l'esempio precedente, ma con un filtro a variabile di stato, con 4 op-amp in modo che il guadagno in tensione nella banda passante sia unitario (0 dB).

Usando la figura 9-11, i valori di R e C sono gli stessi dell'esempio precedente. Poiché il guadagno nella banda passante è 1, il resistore di ingresso (3,3 kΩ/G) è 3,3 kΩ. Con Q = 20, l'equazione 9-20 determina i valori di R_A e R_B.

$$R_A = QR_B$$

$$= (20)\ (3{,}3\ \text{k}\Omega)$$

$$= 66\ \text{k}\Omega \qquad \text{(usare 68 k}\Omega\text{, 5\%)}$$

Come nell'esempio precedente, a questo punto tutto quello che è necessario è un amplificatore sommatore a 2 ingressi, ottenendo così, il circuito finale di figura 9-16.

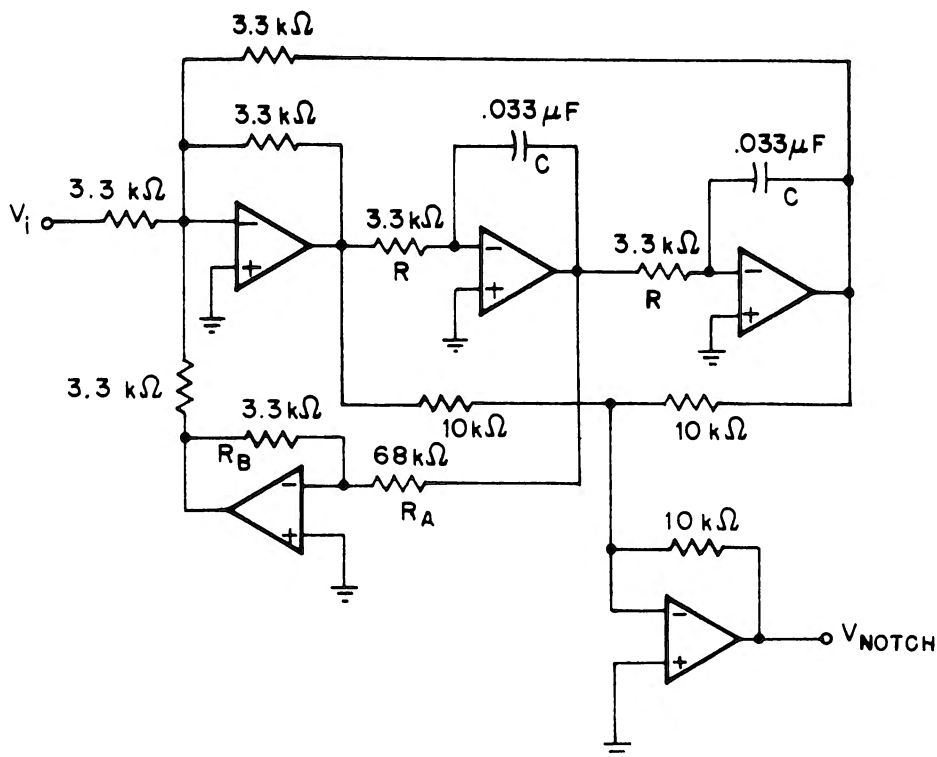



Figura 9-16

FILTRI COMMERCIALI

Con l'avvento della tecnologia dello stato solido, un certo numero di costruttori forniscono ora filtri a variabile di stato semplici da usare sia in contenitore metallico che ceramico o plastico. Dipendendo dal tipo di filtro a variabile di stato se con guadagno unitario o con 4 op-amp si richiedono solo 3 o 4 resistori esterni per programmare il filtro secondo le specifiche del progetto.

I dispositivi commerciali seguono essenzialmente il progetto che è stato descritto in questo capitolo eccetto per i condensatori che determinano la frequenza e i resistori associati all'amplificatore sommatore che sono già nel filtro. Una sezione aggiuntiva, che non è data, può essere usata per ottenere un filtro notch. Si elencano alcuni dei tipi commerciali disponibili.

National Semiconductor Corp.

Il modello AF 100 Filtro Attivo Universale, costruito dalla NSC, si presenta o in

contenitore TO-8 a 11 piedini, o in circuito integrato DIP o DIC, come illustrato in figura 9-17.

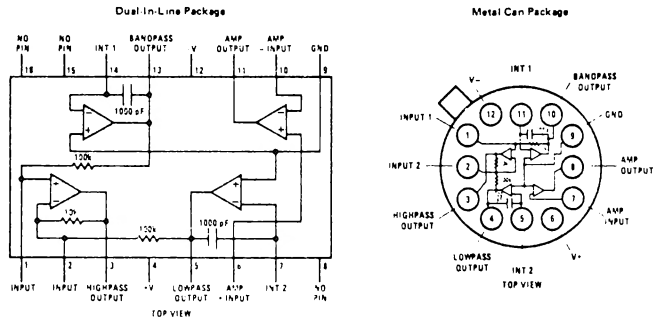



Figura 9-17

Concesso dalla National Semiconductor Corporation

Questa unità è venduta principalmente in OEM (original equipment manufacturer) e costa circa 5000 lire per quantità di 100 pezzi. Le note applicative B5M26 - "AF100 Universal Active Filter" - o qualsiasi altre informazioni possono essere ottenute scrivendo a:

National Semiconductor
Via Alberto Mario N. 9
MILANO

Burr Brown

Il modello UAF 41 filtro a variabile di stato costruito dalla Burr Brown è simile all'AF 100 con l'unica eccezione che si presenta in un package 14 pin DIP, come indicato in figura 9-18

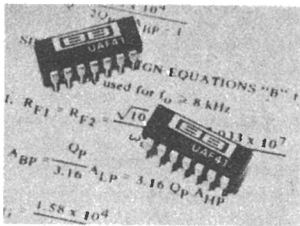



Figura 9-18

Concesso dalla Burr Brown

In quantità di 100 pezzi l'UAF 41 costa circa 8000 lire cadauno. Una nota applicativa, PDS-359 - "UAF 41 Universal Active Filter" - come qualsiasi altra informazione, può essere ottenuta da:

Burr Brown
P.O. Box 11400
Tucson, AZ 85734

General Instruments Microelectronics

La General Instruments produce diversi tipi di filtri a variabile di stato:

ACF 7092, 16 pin DIP

ACF 7096, 14 pin DIP

ACF 7032, 16 pin TO-8 can

e tutti sono simili ai tipi NSC e Burr Brown. Ricordo un recente articolo che tratta del loro progetto:

Volpe, G. T., e L Premisler "Universal Building Block Simplify Active Filter Desing", *EDN*, Settembre 5, 1976, pp. 91-95.

potete ricevere la nota applicativa della dita HY 1001 "Serie 7000 Active Filter Design" scrivendo a:

Adelsy S.p.A.
Via Domenichino, 12
MILANO

Kinetic Thechnology Inc.

Il filtro attivo modello FS-60 costruito dalla KTI, è un dispositivo DIP 14 pin e si vende a 32 dollari. Tuttavia una versione particolare, il modello FX-60 è disponibile per 6 dollari cad. dalla:

Compar Chesapeake, Inc.
7 Church Lane
Baltimore, MD 21208

Due articoli che descrivono brevemente le regole di progetto sono:

Holladay, D. "Tunable Audio Filter for Weark Signal Communications" *Ham Radio*, Novembre 1975. pp. 28-34

Chapman M. A. "Audio Filter for Improving SSB and CW Reception" *Ham Radio*, Novembre 1976, pp. 18-23.

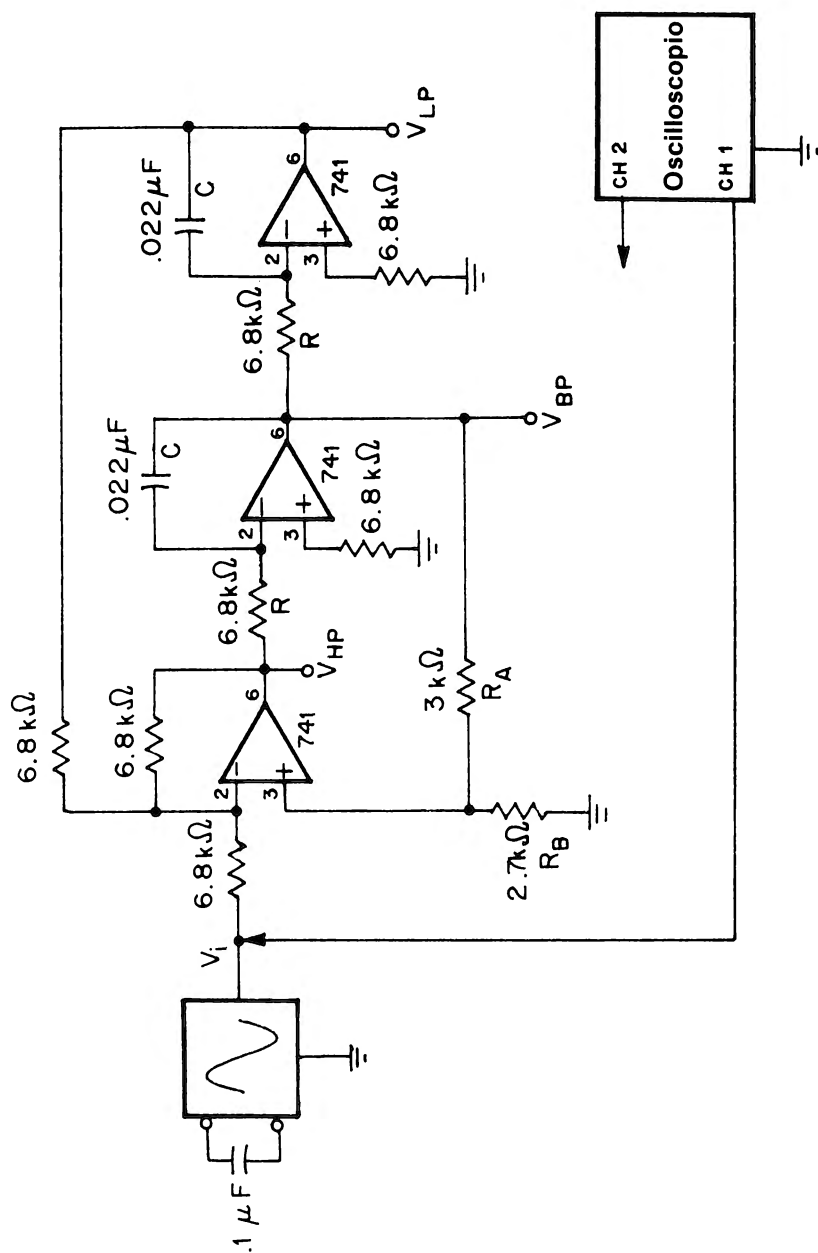
Le informazioni specifiche sull'impiego possono essere ottenute da:

Kinetic Technology, Inc.
3393 De La Cruz Boulevard
Santa Clara, CA 95050

INTRODUZIONE AGLI ESPERIMENTI

I seguenti esperimenti sono stati progettati per dimostrare il funzionamento e le caratteristiche dei filtri a variabile di stato. Come con gli esperimenti del capitolo precedente, i calcoli numerici possono essere molto semplificati, usando un calcolatore tascabile.

Gli esperimenti da eseguire possono essere riassunti come segue:

Esperimento N.	Scopo
1	Dimostrare il funzionamento e le caratteristiche di un filtro a variabile di stato con guadagno unitario.
2	Dimostrare il funzionamento e le caratteristiche di un filtro a variabile di stato con 4 op-amp.
3	Dimostrare il funzionamento e le caratteristiche di un filtro notch a variabile di stato.

Schema dell'Esperimento N. 1

ESPERIMENTO N. 1

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento e le caratteristiche di un filtro a variabile di stato con guadagno unitario.

Schema del circuito

Lo schema di questo esperimento è mostrato nella pagina precedente.

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_C = 1/2\pi RC$

$R_A = [3Q - 1]\ R_B$ dove $Q = 1/\alpha$

Guadagni in banda passante:

Passa-basso = − 1 (rotazione di fase = 180°)

Passa alto = − 1

Passa-banda = Q (in fase)

Passo 1

Predisporre sull'oscilloscopio le seguenti tarature iniziali:

- Canale 1 e 2: 0,2 V/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato nello schema. Se non si dispone di resistori da 3 kΩ utilizzare due resistori da 1,5 kΩ *collegati in serie.*

Passo 3

Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare per primo il segnale di ingresso a 1,4 Vpp (7 divisioni/verticali); *eseguire questa taratura con la maggior precisione possibile.* Tarare a questo punto la frequenza di ingresso a 100 Hz (1 ciclo completo/10 divisioni orizzontali).

Misurare successivamente *l'uscita passa-basso* sul canale 2 dell'oscilloscopio.
Confrontare il segnale di ingresso con il segnale dell'uscita passa-basso; cosa si nota?

Si troverà che l'ampiezza del segnale di uscita è sostanzialmente la medesima dell'ingresso: o 1/4 V; di conseguenza, il guadagno in tensione dell'uscita passa-basso è *unitario.* Oltre a questo, *il segnale dell'uscita passa-basso è invertito rispetto all'ingresso; infatti i due segnali nella banda passante sono sfasati di 180°.*

Passo 4

Predisporre ora la base-tempi dell'oscilloscopio a 0,1 ms/div e regolare la frequenza di ingresso in modo che un ciclo completo occupi 10 divisioni orizzontali. (f = 10 kHz).
Controllare che la tensione di ingresso sia ancora 1,4 Vpp. Misurare a questo punto *l'uscita del filtro passa-alto* sul canale 2. Confrontare il segnale di ingresso con il segnale dell'uscita passa-alto; cosa si nota?

Come con l'uscita passa-basso la tensione picco-picco dell'uscita passa-alto sarà approssimativamente di 1,4 V, anche in questo caso il guadagno è unitario.
Oltre a questo il *segnale passa-alto è invertito rispetto all'ingresso; indicando uno sfasamento di 180° nella banda passante del filtro passa-alto.*

Passo 5

Diminuire la frequenza di ingresso fino a che la tensione di uscita arriva a 1 Vpp, 0,707 volte la tensione di ingresso. Misurare questa frequenza il più accuartamente possibile e riportarla sotto:

$f_C\,(HP) =$ ____________ Hz

Passo 6

Senza spostare la taratura della frequenza del generatore trasferire la sonda connessa all'uscita passa-alto all'uscita passa-basso del filtro e misurare la tensione. E' 1 Volt?
Se non lo è variare leggermente la frequenza del generatore, in modo che l'uscita sia 1 Vpp. Misurare questa frequenza il più accuratamente possibile e riportarla sotto:

$f_C\,(LP) =$ ____________ Hz

Se i componenti che determinano la frequenza di ambedue gli integratori sono selezionati

accuratamente le frequenze misurate ai passi 5 e 6 devono coincidere a meno di una differenza di qualche Hz. Queste due frequenze sono compatibili con la frequenza calcolata?

Dipendendo dalla precisione delle misure e dalla qualità dei componenti, la frequenza misurata deve essere non lontana dal valore teorico di 1.064 Hz. Durante l'esecuzione di questo esperimento i valori misurati erano 971 Hz (per il passo 5) e 968 Hz (per il passo 6). Sebbene ci fosse una piccola differenza, le due sezioni integratrici erano state ben selezionate; la differenza tra i due valori misurati era di 3 Hz.

Passo 7

Trasferite la sonda dal Canale 2 all'uscita passa-basso del filtro. Variare lentamente la frequenza del generatore sopra e sotto e fermarsi nel punto in cui la tensione di uscita è massima. Misurare la frequenza il più accuratamente possibile e riportarla sotto:

$$f_o(BP) = ________ \text{ Hz}$$

Se le due frequenze misurate ai passi 5 e 6 sono diverse, indicano che i due integratori sono fuori taratura di qualche unità. Si può calcolare la frequenza centrale del filtro, eseguendo la *media geometrica* di queste due frequenze:

$$f_o = (f_{HP} f_{LP})^{1/2}$$

La media geometrica delle due frequenze misurate era 969,5 Hz mentre il valore misurato per F_o era 970 Hz. Se si trova che le due frequenze misurate ai passi 5 e 6 sono uguali cosa si nota confrontandole con il valore determinato in questo passo?

Dovranno essere le stesse meno qualche Hz.

Passo 8

Senza toccare le tarature, misurare la tensione di uscita passa-banda. Qual'è il guadagno alla frequenza centrale del filtro passa-banda? E' quello calcolato?

Si dovrebbe misurare una tensione di uscita di 1 V, quindi il guadagno in tensione alla frequenza centrale, sarà 0,70, e numericamente dovrebbe uguale al Q del filtro alla frequenza centrale; calcolandone il reciproco esso corrisponde al coefficiente di smorzamento α, o all'incirca a 1,42. Di conseguenza concluderemo che questo filtro a variabile di stato è stato progettato principalmente per essere usato sia come filtro Butterworth passa-basso che come passa-alto. Dalla equazione nella sezione "formule di progetto" che mette in relazione R_A e R_B, si ricava che con i valori dei componenti indicati Q dovrebbe essere 0,704. Oltre a questo, si dovrebbe osservare che il segnale dell'uscita passa-banda alla frequenza centrale è *in fase con il segnale di ingresso.*

Passo 9

Togliere l'alimentazione dalla piastra. Sostituire il resistore R_A da 3 kΩ con un resistore da 27 kΩ e ricollegare l'alimentazione.
Ripetere i passi 1, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 di questo esperimento. I risultati sono confrontabili con i valori ottenuti dalle equazioni di progetto?

Non si dovrebbe comunque trovare alcuna variazione nella frequenza centrale o nel guadagno in BP sia per il passa-basso che per il passa-alto. Tuttavia il Q del filtro è aumentato approssimativamente a 3,7; questo valore corrisponde al guadagno alla frequenza centrale del filtro.

Passo 10

Sostituire un altro valore di R_A, es. 270 kΩ e controllare che le equazioni di progetto sono ancora verificate.

ESPERIMENTO N. 2

Scopo

Questo esperimento dimostra il funzionamento e le caratteristiche di un filtro a variabile di stato con 4 op-amp.

Schema del circuito

Lo schema elettrico di questo esperimento è mostrato nella pagina seguente.

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_C = 1/2\pi RC$

$R_D = Q\,R_C$ o $R_C = \alpha\,R_D$ (poiché $Q = 1/\alpha$)

Guadagno nella banda passante; fissato dal rapporto $R_B/R_i = G$

Passa-basso $= -G$ (rotazione di fase $= 180°$)

Passa-alto $= -G$

Passa-banda $= GQ$ (in fase)

Passo 1

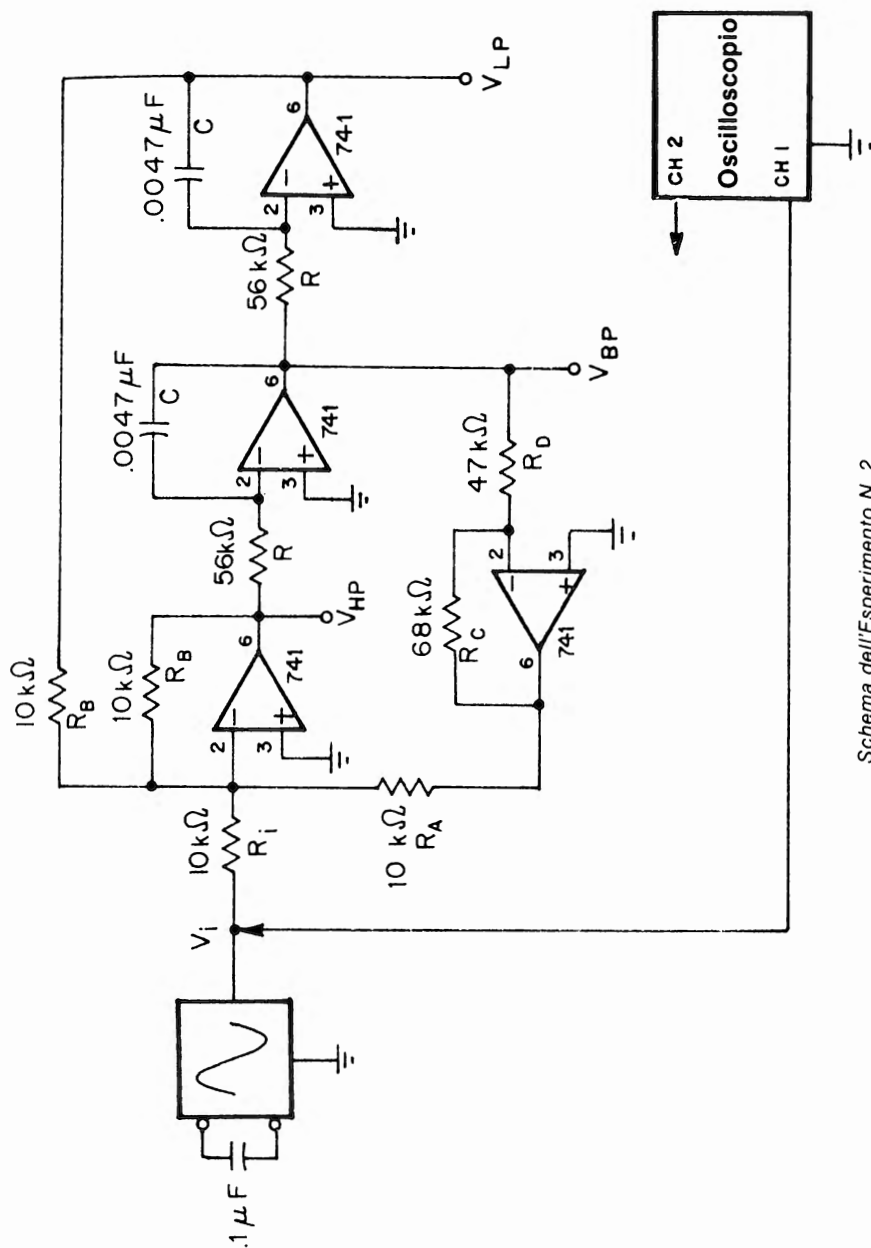
Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

- Canale 1 e 2: 0,1 V/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema. Collegate l'alimentazione alla piastra e regolare il segnale di ingresso a 0,7 Vpp (7 divisioni/verticali) tarare la frequenza dell'oscillatore a 100 Hz (1 ciclo completo/10 divisioni orizzontali).

Passo 3

Misurare la tensione in uscita della *sezione passa-basso* (al pin 6 dell'ultimo op-amp) con la sonda connessa al canale 2 dell'oscilloscopio. Confrontare il segnale di ingresso

Schema dell'Esperimento N. 2

(in ampiezza e fase) con il segnale dell'uscita passa-basso. Cosa si nota?

La tensione dell'uscita passa-basso deve essere molto vicina se non esattamente uguale, alla tensione di ingresso 0,7 Vpp. Poiché dalle equazioni di progetto la frequenza di taglio della sezione passa-basso è approssimativamente 600 Hz, la frequenza di 100 Hz è compresa nella *banda passante* del filtro passa-basso e il guadagno in banda passante misurato dovrà essere quasi uguale a 1. Oltre a questo, il circuito introduce uno sfasamento di 180°; infatti la tensione di uscita è invertita di segno rispetto all'ingresso del filtro.

Per avere un guadagno unitario nella banda passante *tutti i resistori di ingresso dell'amplificatore sommatore devono essere uguali al resistore di reazione R_B in modo che $R_i = R_A = R_B$.* In una fase successiva, si verificherà che il guadagno nella banda passante è determinato dalla relazione:

$$G = R_B/R_i$$

dove R_B è sempre uguale a R_A

Passo 4

Collegare ora la sonda del "Canale 2" *all'uscita del filtro passa-banda* e predisporre la base dei tempi dell'oscillatore su 0,2 ms/div. Aggiustare accuratamente la frequenza del generatore fino a che l'uscita passa-banda (Canale 2) raggiunge il suo massimo valore. Determinare il guadagno in tensione della sezione passa-banda trascrivendolo sotto:

$G_{(BP)} =$ ______________

La tensione picco-picco misurata deve essere approssimativamente 0,5 V, quindi il guadagno nella banda passante della sezione passa-banda è 0,5/0,7 o 0,71. Dalla sezione "Formule di progetto", il Q del filtro è determinato solo dal rapporto tra i resistori R_C e R_D. In termini dei valori reali usati in questo esperimento:

$$Q = \frac{R_D}{R_C}$$

$$= \frac{47\,k\Omega}{68\,k\Omega}$$

$$= 0{,}69$$

e poiché il rapporto tra i resistori R_B/R_i è 1 il guadagno nella banda passante della sezione passa-banda è anche uguale al Q del filtro o 0,69. Oltre a questo, poiché $\alpha = 1/Q$; il fattore di smorzamento per le selezioni passa-alto e passa-basso e uguale a 1,447 (con i valori di R_C e R_D fissati in questo esperimento). Di conseguenza le risposte passa-basso e passa-alto dovranno almeno uguagliare quella di un filtro di 2° ordine

Butterworth. Usando resistori standard al 5%, questa è la migliore combinazione per ottenere una risposta Butterworth di 2° ordine, essendo Q lo scostamento di α minore del 3% rispetto al valore ideale di 1,414.

Passo 5

L'uscita del generatore è ora tarata sulla *frequenza centrale del filtro*, infatti l'uscita della sezione passa-banda è al suo massimo valore. Determinare questa frequenza centrale e riportarla sotto:

$f_0 =$ __________ Hz

Il valore misurato deve essere molto vicino alla frequenza teorica di 605 Hz. Oltre a questo si nota che il segnale di uscita è *in fase* con il segnale di ingresso del filtro. E' vero?

Passo 6

Cambiare la base dei tempi dell'oscilloscopio a 20 μs/divisione e aggiustare il segnale di ingresso in modo che 1 ciclo occupi 10 divisioni/orizzontali ovvero una frequenza di 5000 Hz. Collegare la sonda del canale 2 *all'uscita passa-alto del filtro* e misurare il guadagno in tensione. Confrontandolo con il valore rilevato all'uscita passa-basso nel passo 3; cosa si nota?

A 5 kHz, ovvero *a 1 decade sopra la frequenza di taglio del filtro passa-alto di 605 Hz i risultati ottenuti devono essere gli stessi del passo 3.*

Passo 7

Cambiare ora il resistore "R_i" nello schema elettrico (10 kΩ) in 1 kΩ. Tutti gli altri resistori da 10 kΩ rimangono invariati. Oltre a questo, cambiare la predisposizione del canale 2 in 1 V/divisione con la relativa base dei tempi in 1 ms/divisione. Aggiustare, per ultima la tensione di ingresso a 0,4 V e la frequenza a 100 Hz. Misurare la tensione di uscita della *sezione passa-basso* determinando il guadagno in tensione; riportare questo valore sotto:

$G_{(LP)} =$ __________

Dovreste aver calcolato il guadagno in tensione che è approssimativamente 10. Perché?

Poiché il resistore da 1 kΩ è 1/10 del valore degli altri resistori di ingresso da 10 kΩ come anche il resistore di reazione da 10 kΩ dell'amplificatore sommatore il guadagno è di 10. Se, per esempio, il resistore R_i era 2,7 kΩ il guadagno sarebbe stato in accordo con la formula:

$$G = \frac{10\,k\Omega}{2{,}7\,k\Omega} = \frac{R_B}{R_i}$$

$$= 3{,}7$$

Di conseguenza, è possibile variare il guadagno nella banda passante del filtro variando semplicemente il valore di R_i.

Passo 8

Collegare ora la sonda del canale 2 *all'uscita passa-banda* del filtro, e cambiare la predisposizione del Canale 2 in 0,5 V/divisione come al passo 4, regolare accuratamente la frequenza del generatore fino a che la tensione dell'uscita passa-banda raggiunge il suo massimo valore. Determinare il guadagno in tensione per questa sezione e riportarlo sotto:

$G_{(BP)} =$ ____________

Il valore di guadagno determinato al passo 4 e compatibile con il valore ottenuto in questa prova?

Il guadagno appena determinato dovrà essere approssimativamente 10 volte il guadagno misurato al passo 4. Durante questo esperimento si è misurato un quadagno di 0,70 al passo 4 e un quadagno di 7, in questa fase. Se ora si divide il valore di cui sopra per il guadagno nella banda passante della risposta passa-basso (determinato al passo 7) che dovrà essere approssimativamente 10, abbiamo il Q della risposta passa-banda, o:

$$Q = \frac{G_{(BP)}}{G_{(LP)}}$$

Diminuendo R_i di un fattore 10, *tutto quello che si è ottenuto è di aumentare il guadagno nella banda passante delle risposte passa-basso, passa-alto e passa-banda di 10. Non si è in nessun modo cambiato il Q del filtro o il coefficiente di smorzamento che è determinato soltanto dai resistori R_C e R_D.*

Passo 9

Togliere l'alimentazione dalla piastra. Togliere il resistore R_i da 1 kΩ e sostituirlo con due resistori da 10 kΩ *in parallelo* in modo che la resistenza equivalente per R_i sia 5 kΩ. Sostituire anche il resistore R_A da 47 kΩ con un resistore da 680 kΩ.

Prima di proseguire, analizziamo che cosa si è fatto nel circuito. Poiché R_i è ora 5 kΩ, ci si aspetta che il guadagno nella banda passante sia ora 2, poiché:

$$G = \frac{R_B}{R_i}$$

$$= \frac{10\,k\Omega}{5\,k\Omega}$$

$$= 2{,}0$$

Oltre a questo, poiché il resistore R_D è 680 Ω è R_C è ancora 68 kΩ, il Q è ora:

$$Q = \frac{R_D}{R_C}$$

$$= \frac{680\,k\Omega}{68\,k\Omega}$$

$$= 10$$

Di conseguenza, la tensione di uscita della sezione passa-banda sarà GQ o 20 volte la tensione di ingresso.

Passo 10

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

Canale 1: 20 mV/div

Canale 2: 50 mV/div

Base dei tempi: 1 ms/div

Passo 11

Collegare l'alimentazione alla piastra e regolare accuratamente la tensione di ingresso a 0,14 V (7/divisioni verticali) e la frequenza a 100 Hz (1 ciclo/10 divisioni orizzontali). Collegare la sonda del Canale 2 *all'uscita passa-basso del filtro.* Determinare il guadagno in tensione e riportarlo sotto:

$G_{(LP)} =$ ____________

Come già discusso al punto 9, il guadagno dovrà essere approssimativamente 2 poiché $R_i = R_B/2$.

Passo 12

Collegare la sonda del Canale 1 *all'uscita passa-banda* del filtro. Predisporre il canale 2 dell'oscilloscopio a 0,5 V/divisione e la base dei tempi a 0,2 ms/divisione. Variare lentamente la frequenza del generatore fino a che la tensione di uscita della sezione passa-banda raggiunge il suo massimo valore e riportarlo sotto:

$G_{(BP)} =$ ___________

La tensione misurata all'uscita deve essere approssimativamente 2,8 V (8/divisioni verticali) quindi il guadagno di tensione è ora 2,8/0,14 o 20. Durante questo esperimento si è misurato un guadagno di 19,3. Dividere ora il valore misurato per il guadagno misurato al passo 11 e riportarlo sotto:

$G_{(BP)}/G_{(LP)} =$ ___________

Questo rapporto è il Q del filtro che dovrà essere approssimativamente = 10, come stabilito al passo 9.

Passo 13 (Facoltativo)

Verificare sperimentalmente il Q del filtro, misurando la frequenza centrale e le frequenze a 3 dB. Il valore dovrà essere approssimativamente lo stesso del valore determinato al passo 12.

Passo 14

Conservare il circuito in quanto con qualche componente aggiuntivo, sarà usato nell'esperimento successivo.

ESPERIMENTO N.3

Scopo

Questo esperimento analizza il funzionamento e il progetto di un filtro notch a variabile di stato, ottenuto sommando le uscite passa-basso e passa-alto di un filtro a variabile di stato con 1 op-amp.

Schema del circuito

Lo schema di questo esperimento è mostrato nella pagina seguente.

Formule di progetto

Frequenza di taglio: $f_C = 1/2\pi RC$

$R_D = Q\ R_C$

Passo 1

Predisporre l'oscilloscopio sulle seguenti tarature:

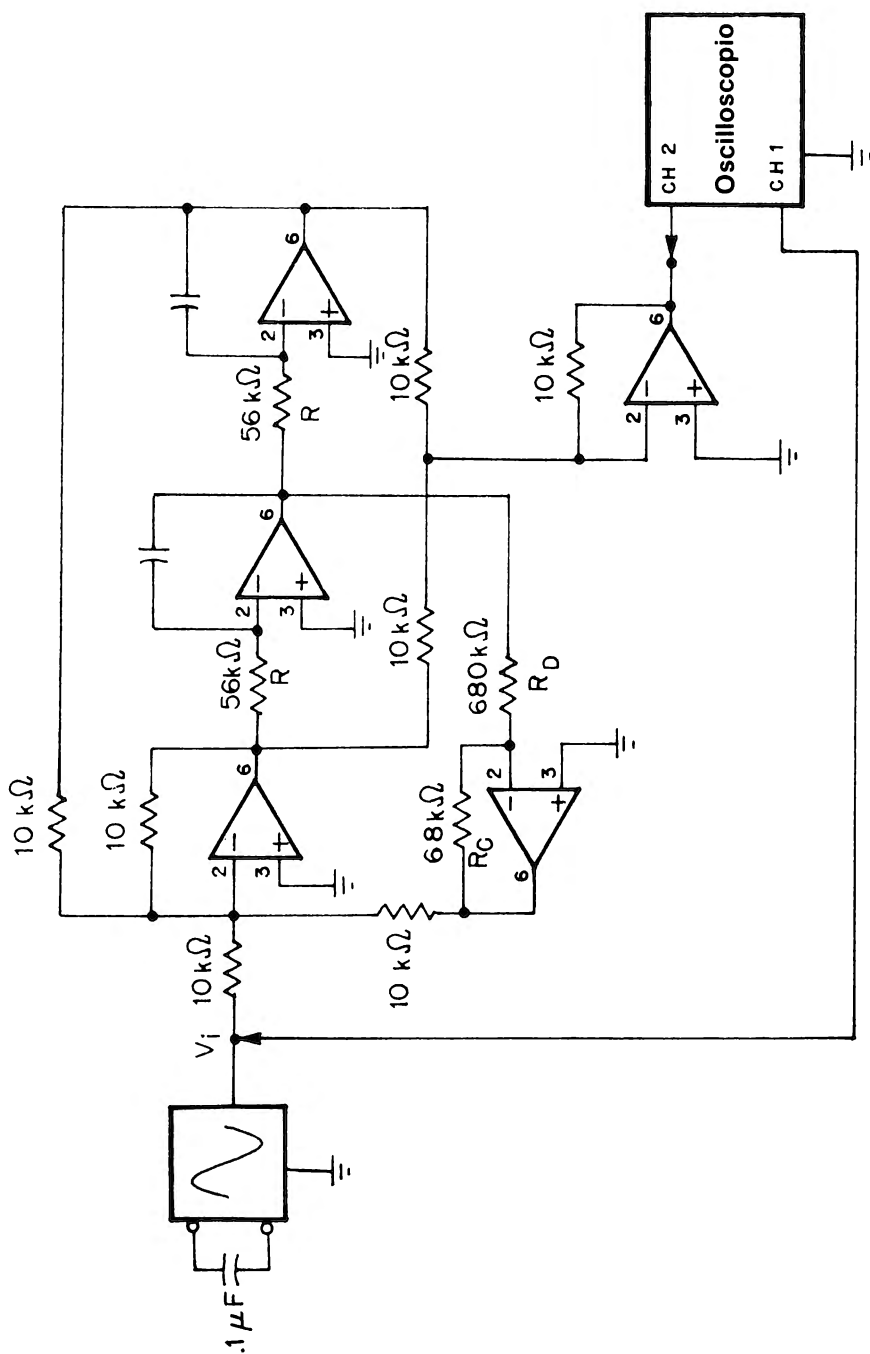
- Canale 1: 0,2 V/div
- Canale 2: 20 mV/div
- Base dei tempi: 1 ms/div
- Accoppiamento in AC

Passo 2

Collegare il circuito indicato dallo schema. Collegare l'alimentazione e tarare il segnale di ingresso a 1,4 Vpp (7/div. vert.)

Passo 3

Variare lentamente la frequenza del generatore fino a che la tensione di uscita dell'amplificatore sommatore raggiunge il valore minimo. Determinare la tensione d'uscita e successivamente l'ampiezza dell'annullamento riportando il risultato sotto:

Ampiezza dell'annullamento: __________ dB

Schema elettrico dell'Esperimento N. 3

Durante questa prova si è rilevato un'ampiezza dell'annullamento di −26,7 dB

Passo 4

Predisporre la base dei tempi dell'oscilloscopio su 0,2 ms/div e determinare la frequenza dell'annullamento, riportare sotto il risultato:

$f_n =$ __________ Hz

confrontarlo con il valore misurato al passo 5 dell'esperimento precedente.

La frequenza di notch di questo esperimento e la frequenza centrale dell'esperimento precedente devono essere approssimativamente le stesse. Questo perché la sezione del filtro variabile di stato è la medesima per ambedue gli esperimenti e anche le equazioni che determinano la frequenza sono uguali.

Passo 5

Cambiare la predisposizione del Canale 2 a 0,2 V/div. Poiché il guadagno, nella banda passante di questo filtro è stato fissato per semplicità = 1, variare la frequenza del generatore sopra e sotto la frequenza di notch del filtro fino a che la tensione di uscita è 0,707 volte la tensione di ingresso, o 1V (o − 3 dB) e riportare sotto i risultati:

$f_L =$ __________ Hz

$f_H =$ __________ Hz

Come semplice controllo, determinare la frequenza di annullamento basandosi sui due valori determinati in precedenza, in accordo con l'equazione:

$$f_n = (f_L f_H)^{1/2}$$

Questo valore deve concordare entro il 5% con il valore sperimentale del passo 4.

Passo 6

Usando i valori di f_L e f_H del passo 5 e f_n del passo 4, determinare il Q del filtro notch dalla relazione:

$$Q = \frac{f_n}{f_H - f_L}$$

riportare sotto il risultato:

Q = ___________

In accordo con l'equazione indicata nella sezione "Formule di progetto", il Q calcolato deve essere 10 ± 5%. Questo è lo stesso valore determinato al passo 9 dell'esperimento.

Sottolineeremo che un filtro notch a variabile di stato può anche essere ottenuto collegando lo stesso amplificatore sommatore a 2 ingressi alle uscite passa-basso e passa-alto del filtro a variabile di stato con *guadagno unitario.*

Con questo filtro notch a variabile di stato, si dispone ora dallo stesso circuito dei 4 maggiori tipi di filtri, passa-basso passa-alto passa-banda e notch (a reiezione di banda)

BIBLIOGRAFIA

I libri e gli articoli citati contengono materiale aggiuntivo sull'uso e il progetto di filtri attivi. Sebbene la lista non sia completa precisiamo che la maggior parte di queste pubblicazioni trattano la materia solo sotto l'aspetto teorico e matematico:

Libri:

1. Jung, W. G. *IC Op-Amp Cookbook.* Indianapolis: Howard W. Sams. 1974

2. Lancaster, D. *Active-Filter Cookbook.* Indianapolis: Howard W. Sams. 1975

3. Lenk, J. D. *Manual for Operational Amplifier Users.* Reston: Reston Publishing Co. 1976

4. Tobey, G. E., Graeme, J. G., e L. P. Huelsman. *Operational Amplifiers - Design and Applications.* New York: McGraw Hill. 1971

Articoli

1. Bainter, J. R. "Active filter has stable notch and response can be regulated" *Electronics, 2 Ottobre 1975, pp. 115-117.*

2. *Chapman, M.A. "Audio filters for improving SSB and CW reception".* Ham Radio, Novembre 1976, pp. 18-23.

3. Cushing, P. *"Tunable active filter has switchable response".* Electronics, 4 Gennaio 1973, p. 104

4. Derret, C. J., and P. J. Tavner. *"Workers active filters: some simple design methods for biomedical.* "Medical and Biological Engineering, Novembre 1975, pp. 883-888; anche Maggio 1976 (errata) p. 364.

5. Griffee F. M. "RC active filters using op-amps". Ham Radio, Ottobre 1976, pp. 54-58

6. Hall C. *"Tunable RC notch filter".* Ham Radio, Settembre 1975, pp. 16-20.

7. Holladay K. *"Tunable audio filter for weak-signal comunications".* Ham Radio, Novembre 1975, pp. 28-34.

8. Kesner, D. *"An introduction to active filters".* CQ, Aprile 1975, pp. 32-34, e 66-68.

9. Kraus, K. *"Bandpass/lowpass filter with two op-amps".* Electronic Engineering, Novembre 1975, p. 25.

10. Lancaster D. *"Understanding active filters".* Popular Electronics, Dicembre 1976, pp.69-73.

11. Lefferson P. *"Tunable notch filter suppresses hum"*. Electronics, 2 Settembre 1976, p. 100.

12. Moberg, G. O. *"Multiple-feedback filter has low Q and high gain"*. Electronics, 9 Dicembre 1976, pp. 97-99

13. Nicosia N. J. *"A tunable audio filter for CW"*. Ham Radio, Agosto 1970, pp. 34-35

14. Russell H. T. *"Design active filters with less effort"*. Electronic Design, 7 Gennaio 1971, pp. 82-85

15. Schaeffer L. *"Op-amp active filters - simple to design once you know the game"*. EDN, 20 Aprile 1976, pp. 79-84.

16. Stremler F.G. *"Simple arithmetic: an easy way to design active bandpass filters"*. Electronics, 7 Giugno 1971, pp. 86-89

17. Volpe G. T. e L. Premisler *"Universal building blocks simplify active filter design"*, EDN, 5 Settembre 1976, pp. 91-95.

APPENDICE A

VALORI STANDARD DEI RESISTORI E DEI CONDENSATORI

A. Resistori

1. Per quanto riguarda i resistori al 5% sono disponibili i seguenti valori standard. Quelli segnati con l'asterisco sono quelli più comunemente reperibili dai distributori di componenti:

1,0*	1,8*	3,3*	5,6*
1,1	2,0	3,6	6,2
1,2*	2,2*	3,9*	6,8*
1,3	2,4	4,3	7,5
1,5*	2,7*	4,7*	8,2*
1,6	3,0	5,1	9,1

Per ottenere i valori standard di resistori superiori a 9,1 Ω moltiplicare i valori sopra indicati per una potenza di 10. I valori standard disponibili vanno da 10 Ω a 22 MΩ.

2. Per i resistori all'1% sono disponibili i seguenti valori standard. Il costo dei resistori all'1% è naturalmente superiore a quello dei resistori al 5%.

10,0	12,1	14,7	17,8	21,5	26,1	31,6	38,3	46,4	56,2
10,2	12,4	15,0	18,2	22,1	26,7	32,4	39,2	47,5	57,6
10,5	12,7	15,4	18,7	22,6	27,4	33,2	40,2	48,7	59,0
10,7	13,0	15,8	19,1	23,2	28,0	34,0	41,2	49,9	60,4
11,0	13,3	16,2	19,6	23,7	28,7	34,8	42,2	51,1	61,9
11,3	13,7	16,5	20,0	24,3	29,4	35,7	43,2	52,3	63,4
11,5	14,0	16,9	20,5	24,9	30,1	36,5	44,2	53,6	64,9
11,8	14,3	17,4	21,0	25,5	30,9	37,4	45,3	54,9	66,5

68,1	82,5
69,8	84,5
71,5	86,6
73,2	88,7
75,0	90,9
76,8	93,1
78,7	95,3
80,6	97,6

Per ottenere valori standard superiori a 97,6 Ω moltiplicare sempre i valori sopra indicati per una potenza di 10. I valori standard disponibili per resistori all'1% vanno da 10 Ω a 22,1 MΩ.

B. Condensatori

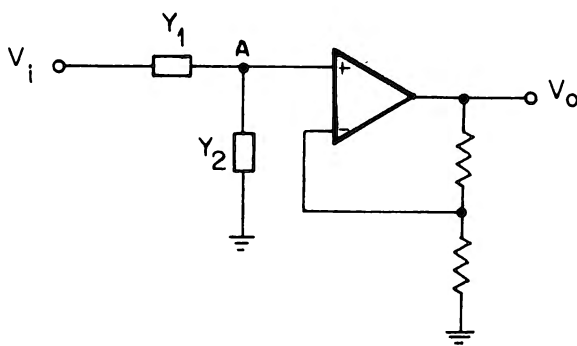
I valori dei condensatori disponibili corrispondono ai valori decadici standard dei resistori al 10%. Per i filtri attivi i condensatori possono essere sia in poliestere che in policarbonato o in Mylor. I valori segnati con l'asterisco sono quelli più facilmente reperibili dai distributori di componenti.

0,001 μF*	0,01 μF*	0,1 μF*
0,0012 μF	0,012 μF	0,12 μF
0,0015 μF	0,015 μF	0,15 μF
0,0018 μF	0,018 μF	0,18 μF
0,002 μF	0,02 μF	0,2 μF
0,0022 μF*	0,022 μF*	0,22 μF*
0,0025 μF	0,025 μF	0,25 μF
0,0027 μF	0,027 μF	0,27 μF
0,0033 μF*	0,033 μF*	0,33 μF*
0,0039 μF	0,039 μF	0,39 μF
0,0047 μF*	0,047 μF*	0,47 μF*
0,005 μF	0,05 μF	0,5 μF
0,0056 μF	0,056 μF	0,56 μF
0,0068 μF*	0,068 μF*	0,68 μF*
0,0075 μF	0,075 μF	0,75 μF
0,0082 μF	0,082 μF	0,82 μF

APPENDICE B

DERIVAZIONI

A. FILTRO DI 1° ORDINE

Formule generali

Al nodo A, usando la regola del divisore di tensione (teorema di Thevenin)

$$V_A = \frac{1/Y_2}{1/Y_1 + 1/Y_2} V_i \qquad \text{(A-1)}$$

$$= \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} V_i$$

Anche,

$$V_o = GV_A \qquad \text{(A-2)}$$

Dove G è il guadagno nella banda passante (ad anello chiuso, o guadagno non-invertente), in modo che:

oppure

$$V_o = \frac{GY_1}{Y_1 + Y_2} \quad V_i$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{GY_1}{Y_1 + Y_2} \qquad \text{(A-3)}$$

Filtro passa-basso di 1° ordine

La funzione di trasferimento che rappresenta un filtro passa-basso di 1° ordine con guadagno nella banda passante G è data da:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{s + \omega_c} \qquad \text{(A-4)}$$

Confrontando i termini delle equazioni A-3 e A-4 implica che

$$Y_1 = 1/R_1$$

$$Y_2 = sC_2$$

dove $s = j\omega$ e $\omega = 2\pi f$. L'equazione A-3 diventa allora:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{(R_1C_2)\,(s + 1/R_1C_2)} \qquad \text{(A-5)}$$

Confrontando i termini delle equazioni A-4 e A-5 si rileva che:

$$\omega_c = \frac{1}{R_1C_2} \qquad \text{(A-6)}$$

Per $\omega_c = 1$ rad/s, l'equazione A-4 è normalizzata in modo che:

(A-7)

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{s + 1}$$

che implica che

$$R_1C_2 = 1$$

(A-8)

Filtro passa-alto di 1° ordine

La funzione di trasferimento che descrive un filtro passa-alto di 1° ordine con un guadagno in banda passante G è data da:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs}{s + \omega_c} \tag{A-9}$$

Confrontando i termini delle equazioni A-3 e A-9 si rileva che:

$$Y_1 = sC_1$$

$$Y_2 = 1/R_2$$

in modo che l'equazione A-3 diventa:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{sGC_1}{sC_1 + 1/R_2}$$

$$= \frac{Gs}{s + 1/R_2C_1} \tag{A-10}$$

la quale implica anche:

$$\omega_c = 1/R_2C_1 \tag{A-11}$$

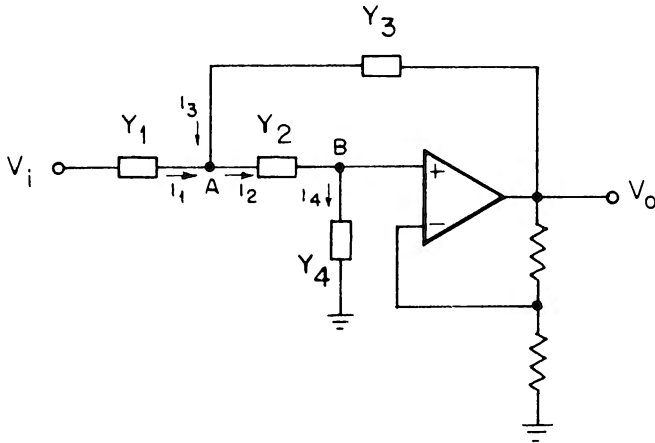
Per $\omega_c = 1$ rad/s, l'equazione A-9 è normalizzata così:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs}{s + 1} \tag{A-12}$$

e

$$R_2C_1 = 1 \tag{A-13}$$

B. FILTRO VCVS DI 2° ORDINE (SALLEN & KEY)

Formule generali

Ai nodi A e B, le equazioni delle correnti sono

$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \tag{B-1}$$

e

$$I_2 = I_4 \tag{B-2}$$

La corrente attraverso ciascuna ammettenza Y è anche:

$$I_1 = (V_i - V_A)Y_1 \tag{B-3}$$

$$I_2 = (V_A - V_B)Y_2 \tag{B-4}$$

$$I_3 = (V_o - V_B)Y_3 \tag{B-5}$$

$$I_4 = V_B Y_4 \tag{B-6}$$

Per un guadagno nella banda passante;

$$V_o = GV_B \qquad \text{(B-7)}$$

Perciò, dalle equazioni B-4, B-6 e B-7

$$(V_A - V_B)Y_2 = V_BY_4$$
$$V_A - V_o/G = V_oY_4/GY_2$$
$$V_A = \frac{V_o}{G}\left(\frac{Y_4 + Y_2}{Y_2}\right) \qquad \text{(B-8)}$$

L'equazione B-1 può allora essere riscritta come:

$$V_o\left[\frac{1}{G}(Y_2+Y_4) - \frac{Y_2}{G} + \frac{Y_3}{GY_2}(Y_2+Y_4) - Y_3 + \frac{Y_1}{GY_2}(Y_2+Y_4)\right] = Y_1V_i \qquad \text{(B-9)}$$

oppure

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{GY_1Y_2}{Y_3Y_4 + Y_2Y_3(1-G) + Y_4(Y_1+Y_2) + Y_1Y_2} \qquad \text{(B-10)}$$

Filtro passa-basso VCVS

La funzione di trasferimento che rappresenta un filtro passa-basso di 2° ordine, con un guadagno nella passa-banda G, è data da:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G\omega_c^2}{s^2 + \alpha\omega_c s + \omega_c^2} \qquad \text{(B-11)}$$

Confrontando i termini di B-10 con A-11 si arriva alla relazione:

$$Y_1 = 1/R_1$$
$$Y_2 = 1/R_2$$
$$Y_3 = sC_3$$

$$Y_4 = sC_4$$

Sostituendo queste ammettenze in B-10 si arriva, dopo una semplificazione a:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G(1/R_1R_2C_3C_4)}{s^2 + s[1-G/(R_2C_4) + (R_1+R_2)/(R_1R_2C_3)] + 1/R_1R_2C_3C_4} \quad \text{(B-12)}$$

Confrontando i termini simili delle equazioni B-11 e B-12 si rileva:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{R_1R_2C_3C_4} \quad \text{(B-13)}$$

e

$$\alpha\omega_c = \frac{R_1C_3(1-G) + C_4(R_1+R_2)}{R_1R_2C_3C_4} \quad \text{(B-14)}$$

Per l'equazione B-11 normalizzata per $\omega_c = 1$ rad/s

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{s^2 + \alpha s + 1} \quad \text{(B-15)}$$

così che

$$R_1R_2C_3C_4 = 1 \quad \text{(B-16)}$$

e

$$\alpha = \frac{R_1C_3(1-G) + C_4(R_1+R_2)}{R_1R_2C_3C_4} \quad \text{(B-17)}$$

1. Per $\omega_c = 1$ e $R_1 = R_2 = 1\Omega$, allora

$$C_3 = 1/C_4 \quad \text{(B-18)}$$

dove

$$C_4 = \frac{\alpha \pm \sqrt{[\alpha^2 - 8\,(1-G)]}}{4} \quad \text{(B-19)}$$

Se il guadagno nella banda passante è unitario ($G = 1$), allora

$$C_4 = \alpha/2 \tag{B-20}$$

e

$$C_3 = 2/\alpha \tag{B-21}$$

2. Per un filtro VCVS a "componenti uguali", normalizzato per un $\omega_c = 1$ rad/s

$$R_1 = R_2 = 1\,\Omega$$

$$C_3 = C_4 = 1\,F$$

Così che l'equazione B-14 si riduce a:

$$G = 3 - \alpha \tag{B-22}$$

Di conseguenza, possiamo avere solo un valore fisso per un dato valore di smorzamento (α). Per una risposta Butterworth di 2° ordine, $\alpha = 1{,}414$ e il guadagno è uguale a 1,586.

Filtro passa-alto

La funzione di trasferimento che descrive un filtro passa-alto di 2° ordine è data da:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs^2}{s^2 + \alpha\omega_c s + \omega_c^2} \tag{B-23}$$

Confrontando i termini dell'equazione B-10 e B-23, si arriva alla relazione:

$$Y_1 = sC_1$$
$$Y_2 = sC_2$$
$$Y_3 = 1/R_3$$
$$Y_4 = 1/R_4$$

Sostituendo queste ammettenze nell'equazione B-10 si ottiene, dopo una semplificazione

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs^2}{s^2 + s[1-G/(R_3C_1) + (1/C_1 + 1/C_2)/R_4] + 1/R_3R_4C_1C_2} \tag{B-24}$$

Confrontando i termini simili delle equazioni B-23 e B-24

$$\omega_c^2 = 1/R_3R_4C_1C_2 \tag{B-25}$$

$$\alpha\omega_c = 1-G/(R_3C_1) + (1/C_1 + 1/C_2)/R_4 \tag{B-26}$$

Per l'equazione B-23 normalizzata con $\omega_c = 1$ rad/s

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs^2}{s^2 + \alpha s + 1} \tag{B-27}$$

1. Per $\omega_c = 1$ e $C_1 = C_2 = 1F$, allora

$$R_3 = 1/R_4 \tag{B-28}$$

dove

$$R_4 = \frac{\alpha \pm \sqrt{[\alpha^2 - 8(1\text{-}G)]}}{2(1\text{-}G)} \tag{B-29}$$

Se il guadagno nella banda passante è unitario, allora

$$R_4 = 2/\alpha \tag{B-30}$$

e

$$R_3 = \alpha/2 \tag{B-31}$$

2. Per un filtro VCVS "a componenti uguali", normalizzato con $\omega_c = 1$ rad/s

$$R_3 = R_4 = 1\Omega$$

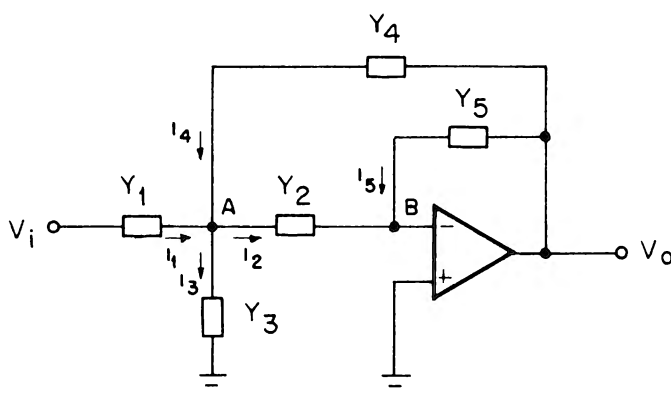
$$C_1 = C_2 = 1F$$

così che l'equazione B-26 si riduce a:

$$G = 3 - \alpha \tag{B-32}$$

Per una risposta Butterworth, $G = 1{,}586$.

C. FILTRO A REAZIONI MULTIPLE DI 2° ORDINE

Formule generali

Al nodo A,

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 \tag{C-1}$$

dove

$$I_1 = (V_i - V_A)Y_1 \tag{C-2}$$

$$I_2 = V_A Y_2 \tag{C-3}$$

$$I_3 = V_A Y_3 \tag{C-4}$$

$$I_4 = (V_o - V_A) Y_4 \tag{C-5}$$

Poiché in un amplificatore operazionale ideale, nessuna corrente passa nell'ingresso invertente

$$I_2 + I_5 = 0 \tag{C-6}$$

e poiché

$$V_o Y_5 = I_5 \tag{C-7}$$

allora l'equazione C-3 si riduce a:

$$V_A = -\frac{V_o Y_5}{Y_2} \tag{C-8}$$

Sostituendo dall'equazione C-2 alla C-5 nell'equazione C-1, otteniamo

$$V_i Y_1 - V_A Y_1 + V_o Y_4 - V_A Y_4 = V_A Y_2 + V_A Y_3 \tag{C-9}$$

e la sostituzione dell'equazione C-8 nell'equazione C-9, dà:

$$V_i Y_1 + V_o(Y_1 Y_5/Y_2) + V_o Y_4 + V_o(Y_4 Y_5/Y_2) = -V_o Y_5 - V_o(Y_3 Y_5/Y_2)$$

Raccogliendo i termini:

$$-V_o\left(\frac{Y_1 Y_5}{Y_2} + Y_4 + \frac{Y_4 Y_5}{Y_2} + Y_5 + \frac{Y_3 Y_5}{Y_2}\right) = V_i Y_1$$

oppure,

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Y_1}{\frac{Y_1 Y_5}{Y_2} + Y_4 + \frac{Y_4 Y_5}{Y_2} + Y_5 + \frac{Y_3 Y_5}{Y_2}}$$

Moltiplicando sia il numeratore che il denominatore per Y_2 e semplificando otteniamo:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Y_1Y_2}{Y_2Y_4 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)} \qquad \text{(C-10)}$$

Filtro passa-basso

La funzione di trasferimento che descrive un filtro passa-basso di 2° ordine a guadagno unitario è

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \alpha\omega_c s + \omega_c^2} \qquad \text{(C-11)}$$

Confrontando i termini dell'equazione C-10 con C-11 si arriva alle relazioni

$$Y_1 = 1/R_1$$

$$Y_2 = 1/R_2$$

$$Y_3 = sC_3$$

$$Y_4 = 1/R_4$$

$$Y_5 = sC_5$$

La sostituzione di questo ammettenze nell'equazione C-10, dopo una semplificazione, dà:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-(1/R_1R_2C_3C_5)}{s^2 + s[(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_4)/C_3] + 1/R_2R_4C_3C_5} \qquad \text{(C-12)}$$

Confrontando i termini simili delle equazioni C-11 e C-12 si ha:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{R_1R_2C_3C_5} \qquad \text{(C-13)}$$

$$= \frac{}{R_2R_4C_3C_5}$$

e

$$\alpha \omega_c = (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_4)/C_3 \quad \text{(C-14)}$$

Normalizzando l'equazione C-11 per $\omega_c = 1$ rad/s

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-1}{s^2 + \alpha s + 1} \quad \text{(C-15)}$$

così che

$$R_1 R_2 C_3 C_5 = R_2 R_4 C_3 C_5 \quad \text{(C-16)}$$

e

$$\alpha = (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_4)/C_3 \quad \text{(C-17)}$$

1. Per $\omega_c = 1$ e $R_1 = R_2 = 1\Omega$, allora

$$R_4 = R_1 \quad \text{(C-18)}$$

$$C_3 = 1/C_5 \quad \text{(C-19)}$$

dove

$$C_5 = \alpha/3 \quad \text{(C-20)}$$

2. Per $\omega_c = 1$ e $R_2 = 2R_2 = 1\Omega$,

$$R_4 = R_1 \quad \text{(C-21)}$$

$$R_2 = R_1/2 \quad \text{(C-22)}$$

$$C_5 = 2/C_3 \quad \text{(C-23)}$$

dove

$$C_3 = 4/\alpha \quad \text{(C-24)}$$

Filtro passa-alto

La funzione di trasferimento che rappresenta un filtro passa-alto di 2° ordine a guadagno unitario è:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s^2}{s^2 + \alpha\omega_C s + \omega_C^2} \tag{C-25}$$

Confrontando i termini dell'equazione C-10 con C-25 si arriva alle relazioni:

$$Y_1 = sC_1$$

$$Y_2 = sC_2$$

$$Y_3 = 1/R_3$$

$$Y_4 = sC_4$$

$$Y_5 = 1/R_5$$

Sostituendo queste ammettenze nell'equazione C-10 dopo una semplificazione, si ottiene:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s^2}{s^2 (C_4/C_1) + s[(C_1 + C_2 + C_4)/R_5] + 1/R_3R_5C_1C_2} \tag{C-26}$$

Confrontando i termini simili dell'equazione C-25 C-26 si ottiene:

$$C_4/C_1 = 1 \tag{C-27}$$

$$\omega_C^2 = 1/R_3R_5C_1C_2 \tag{C-28}$$

dove

$$\alpha\omega_C = (C_1 + C_2 + C_4)/R_5 \tag{C-29}$$

Per l'equazione C-25 normalizzata per $\omega_C = 1$ rad/s

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s^2}{s^2 + \alpha s + 1} \quad \text{(C-30)}$$

1. Per ω_c e $C_1 = C_2 = C_4 = 1F$, allora

$$R_3 = 1/R_5 \quad \text{(C-31)}$$

dove

$$R_5 = 3/\alpha \quad \text{(C-32)}$$

2. Per $\omega_c = 1$ e $C_1 = 2C_2 = 1F$, allora

$$C_4 = C_1 \quad \text{(C-33)}$$

$$C_2 = C_1/2 \quad \text{(C-34)}$$

$$R_3 = 2/R_5 \quad \text{(C-35)}$$

dove

$$R_5 = 5/2_\alpha \quad \text{(C-36)}$$

Filtro passa-banda (1 polo)

La funzione di trasferimento che rappresenta un filtro passa-banda di 2° ordine (1 polo) è

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-\omega_o s}{s^2 + (\omega_o/Q)s + \omega_o^2} \quad \text{(C-37)}$$

dove $\alpha = 1/Q$. Confrontando i termini delle equazioni C-10 con C-37 si ottiene la relazione:

$$Y_1 = 1/R_1$$

$$Y_2 = sC_2$$

$$Y_3 = 1/R_3$$

$$Y_4 = sC_4$$

$$Y_5 = 1/R_5$$

Così l'equazione C-10 è ora scritta:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s(1/R_1C_4)}{s^2 + s[(C_2 + C_4)/R_5C_2C_4] + (1/R_1 + 1/R_3)/R_5C_2C_4} \qquad \text{(C-38)}$$

Confrontando i termini simili dell'equazione C-37 con C-38 si ottiene:

$$\omega_o = 1/R_1C_4 \qquad \text{(C-39)}$$

$$\omega_o^2 = (1/R_1 + 1/R_3)/R_5C_2C_4 \qquad \text{(C-40)}$$

e

$$\omega_o/Q = (C_2 + C_4)/R_5C_2C_4 \qquad \text{(C-41)}$$

L'equazione C-37 normalizzata per $\omega_c = 1$ rad/s

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-s}{s^2 + s/Q + 1} \qquad \text{(C-42)}$$

1. Per $\omega_o = 1$ e $C_2 = C_4 = 1F$, allora

$$R_1 = 1 \qquad \text{(C-43)}$$

$$R_5 = 2Q \qquad \text{(C-44)}$$

$$R_3 = 1/(2Q - 1) \qquad \text{(C-45)}$$

Sostituendo le equazioni C-43, C-44 e C-45 in C-38 per $\omega_o = 1$ in modo che $s = 1$ e $s^2 = -1$ otteniamo che il guadagno di tensione è:

$$\frac{V_o}{V_i} = -Q \qquad \text{(C-46)}$$

dove

2. Per $\omega_o = 1$, $R_3 = \infty$ $(Y_3 = 0)$, e $C_2 = C_4 = 1F$, allora,

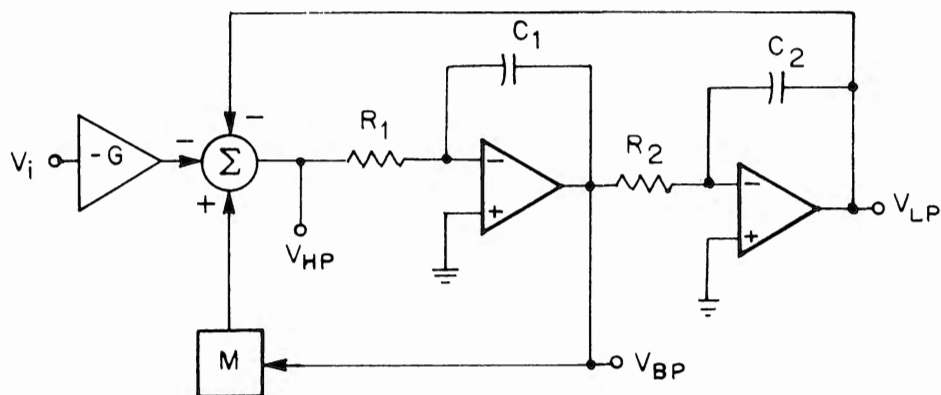
$$R_1 = 1/R_5 \qquad \text{(C-47)}$$

dove

$$R_5 = 2Q \qquad \text{(C-48)}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -2Q^2 \qquad \text{(C-49)}$$

D. FILTRI A VARIABILE DI STATO

Formule generali

Dal circuito sopra indicato si possono scrivere le seguenti 3 equazioni:

$$V_{HP} = -GV_i - V_{LP} + MV_{BP} \tag{D-1}$$

$$V_{BP} = \quad V_{HP}\, dt = -\frac{V_{HP}}{sR_1C_1} \tag{D-2}$$

$$V_{LP} = \quad V_{BP}\, dt = -\frac{V_{BP}}{sR_2C_2} \tag{D-3}$$

Filtro passa-basso

La tensione di uscita è, in accordo con l'equazione D-3

$$V_o = V_{LP}$$

$$= -\frac{V_{BP}}{sR_2C_2} \tag{D-4}$$

Dopo aver risolto per V_{BP} e usando l'equazione D-1 e D-2, otteniamo:

$$V_o[s^2(R_1R_2C_1C_2) + Ms(R_2C_2) + 1] = -GV_i$$

o

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{K}{s^2(R_1R_2C_1C_2) + Ms(R_2C_2) + 1}$$

$$= -\frac{K/R_1R_2C_1C_2}{s^2 + (M/R_1C_1)s + 1/R_1R_2C_1C_2} \tag{D-5}$$

Confrontando i termini dell'equazione di cui sopra con l'equazione B-11 si ottengono le seguenti relazioni:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2} \tag{D-6}$$

$$\omega_c = \frac{1}{R_1C_1} \tag{D-7}$$

la quale implica che $R_1C_1 = R_2C_2$, e:

$$\alpha = M \tag{D-8}$$

Filtro passa-alto

Dall'equazione D-2, la tensione di uscita è

$$V_o = V_{HP}$$
$$= -GV_i - V_{LP} + MV_{BP} \tag{D-9}$$

Risolvendo successivamente per V_{LP} e usando l'equazione D-1 e D-3, otteniamo:

$$V_o[1 + 1/(s^2 R_1R_2C_1C_2) + M/sR_1C_1] = -GV_i$$

oppure

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{Gs^2(R_1R_2C_1C_2)}{s^2(R_1R_2C_1C_2) + Ms(R_2C_2) + 1}$$
$$= -\frac{Gs^2}{s^2 + (M/R_1C_1)s + 1/R_1R_2C_1C_2} \tag{D-10}$$

Confrontando i termini dell'equazione di cui sopra con l'equazione B-23, otteniamo la seguente relazione:

$$\omega_c^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2} \tag{D-11}$$

$$\omega_c = \frac{1}{R_1C_1} \tag{D-12}$$

la quale implica che $R_1C_1 = R_2C_2$, e

$$\alpha = M \tag{D-13}$$

Filtro passa-banda

Risolvendo le equazioni D-1, D-2 e D-3, simultaneamente, per $V_o = V_{BP}$ in termini di V_i, otteniamo

$$V_o[(1/sR_2C_2) + s(R_1C_1) + M] = GV_i$$

oppure

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Gs(R_2C_2)}{s^2(R_1R_2C_1C_2) + Ms(R_2C_2) + 1}$$

$$= \frac{Gs/R_1C_1}{s^2 + Ms(1/R_1C_1) + 1/R_1R_2C_1C_2} \qquad \text{(D-14)}$$

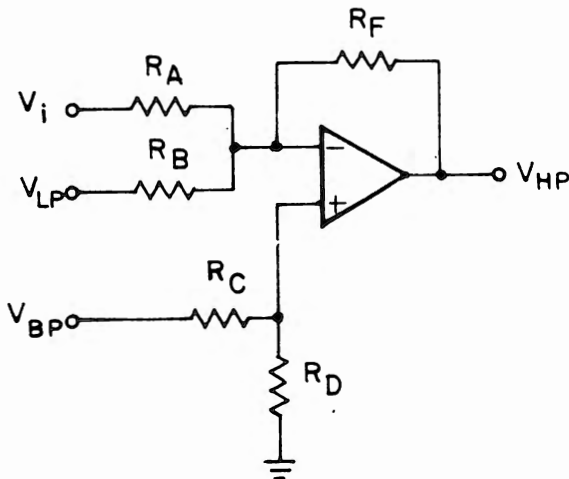
Confrontando i termini dell'equazione di cui sopra con l'equazione C-37 (moltiplicata per un fattore G), otteniamo la relazione:

$$\omega_o^2 = 1/R_1R_2C_1C_2 \qquad \text{(D-15)}$$

$$R_1C_1 = R_2C_2 \qquad \text{(D-16)}$$

e

$$M = \frac{1}{Q} \quad (\text{o } \alpha) \qquad \text{(D-17)}$$

Uso del sommatore a guadagno fisso

Le relazioni tra ingressi e uscite possono essere espresse come

$$\frac{V_{HP}}{V_i} = -\frac{R_F}{R_A} = G_A \qquad \text{(D-18)}$$

$$\frac{V_{HP}}{V_{LP}} = -\frac{R_F}{R_B} = G_B \qquad \text{(D-19)}$$

e

$$\frac{V_{HP}}{V_{BP}} = \left(\frac{R_F R_A + R_F R_B + R_A R_B}{R_A + R_B} \right) \left(\frac{R_D}{R_C + R_D} \right) = G_C \qquad \text{(D-20)}$$

Sommando i tre ingressi,

$$V_{HP} = -G_A V_i - G_B V_{LP} + G_C V_{BP} \qquad \text{(D-21)}$$

che è la stessa forma dell'equazione D-1, o:

$$V_{HP} = -G V_i - V_{LP} + M V_{BP}$$

da cui si ottengono le uguaglianze:

$$G_A = G = 1$$

$$G_B = 1$$

$$G_C = M = \alpha$$

Di conseguenza, $R_A = R_B = R_C = 1\Omega$ (per convenienza). Per determinare R_C; fissare dapprima $R_D = 1\Omega$, in modo che l'equazione D-20 diventa

$$G_C = 3 \left(\frac{1}{R_C + 1} \right) = \alpha \qquad \text{(D-22)}$$

Risolvendo per R_C in termini di α, otteniamo

$$R_C = \frac{3 - \alpha}{\alpha} \tag{D-23}$$

Se ci interessa di una risposta Butterworth, $\alpha = 1,414$ e $R_c = 1,121\ \Omega$.

APPENDICE C

COEFFICIENTI DI SMORZAMENTO DI BUTTERWORTH

Il polinomio

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_1 s + a_o \qquad \text{(E-1)}$$

dove i coefficienti sono reali e tutte le radici hanno parte reale negativa, così che P(s) è legato alla funzione di Butterworth

$$H(s) = \frac{1}{P(s)} \qquad \text{(E-2)}$$

che può essere fattorizzato nella forma

$$H(s) = \frac{1}{(s+s_n)(s+s_{n-1})(s+s_{n-2})\ldots\ldots(s+s_1)} \qquad \text{(E-3)}$$

Per una risposta Butterworth, i poli dell'equazione E-3 sono dati da:

$$s_k = e^{j[(2k+n-1)/2n]\pi}, \qquad k = 1,2,3.....,2n \qquad \text{(E-4)}$$

Esperimento s_k come un numero complesso,

$$s_k = \delta_k \pm j\,\omega_k \qquad \text{(E-5)}$$

allora

$$\delta_k = \text{sen}\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\pi \qquad \text{(E-6)}$$

$$\omega_k = \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\pi \qquad \text{(E-7)}$$

1. Per un filtro di 1° ordine, n = 1, e

$$k = 1: \ \delta_1 = \text{sen}[\pi/2] = 1 \qquad \omega_1 = \cos[\pi/2] = 0$$

così che l'equazione E-3 diventa

$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)} \tag{E-8}$$

2. Per un filtro di 2° ordine:

$K = 1: \quad \delta_1 = \mathrm{sen}[\pi/4] = 0{,}707 \quad \omega_1 = \cos[\pi/4] = 0{,}707$

$K = 2: \quad \delta_2 = \mathrm{sen}[3\pi/4] = 0{,}707 \quad \omega_2 = \cos[3\pi/4] = -0{,}707$

così che l'equazione E-3 diventa

$$H_2(s) = \frac{1}{(s + 0{,}707 + j0{,}707)(s + 0{,}707 - j0{,}707)}$$

oppure

$$= \frac{1}{s^2 + 1{,}414s + 1} \tag{E-9}$$

3. Per un filtro di 3° ordine

$K = 1: \quad \delta_1 = \mathrm{sen}[\pi/6] = 0{,}500 \quad \omega_1 = \cos[\pi/6] = 0{,}866$

$K = 2: \quad \delta_2 = \mathrm{sen}[\pi/2] = 1{,}000 \quad \omega_2 = \cos[\pi/2] = 0$

$K = 3: \quad \delta_3 = \mathrm{sen}[5\pi/6] = 0{,}500 \quad \omega_3 = \cos[5\pi/6] = -0{,}866$

così che l'equazione E-3 diventa

$$H_3(s) = \frac{1}{(s+1)(s + 0{,}5 + j0.866)(s + 0{,}5 - j0{,}866)}$$

oppure

$$= \frac{1}{(s+1)(s^2 + s + 1)} \tag{E-10}$$

4. Per un filtro di 4° ordine,

$K=1: \quad \delta_1 = \text{sen}[\pi/8] = 0{,}3827 \quad \omega_1 = \cos[\pi/8] = 0{,}9239$

$K=2: \quad \delta_2 = \text{sen}[3\pi/8] = 0{,}9239 \quad \omega_2 = \cos[3\pi/8] = 0{,}3827$

$K=3: \quad \delta_3 = \text{sen}[5\pi/8] = 0{,}9239 \quad \omega_3 = \cos[5\pi/8] = -0{,}3827$

$k=4: \quad \delta_4 = \text{sen}[7\pi/8] = 0{,}3827 \quad \omega_4 = \cos[7\pi/8] = -0{,}9239$

così che l'equazione E-3 è

$$H_4(s) = \frac{1}{(s+s_1)(s+s_2)(s+s_3)(s+s_4)}$$

dove, per esempio

$$s_1 = 0{,}3827 + j0{,}9239$$

Allora $H_4(s)$ può essere riscritta come

$$H_4(s) = \frac{1}{(s^2+1{,}8478s+1)(s^2+0{,}7654s+1)} \tag{E-11}$$

5. Applicando lo stesso metodo a filtri di ordine superiore:

$$H_5(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+0{,}6180s+1)(s^2+1{,}6180s+1)} \tag{E-12}$$

$$H_6(s) = \frac{1}{(s^2+0{,}5176s+1)(s^2+1{,}412s+1)(s^2+1{,}9318s+1)} \tag{E-13}$$

I coefficienti di smorzamento necessari (i coefficienti di tutti i termini in "s" nel denominatore di H(s)) sono raccolti nella seguente tabella fino a filtri di 6° ordine.

Ordine	1ª Cella	2ª Cella	3ª Cella
1	1,0000		
2	1,4142		
3	1,0000	1,0000	
4	1,8478	0,7654	
5	1,6180	0,6180	1,000
6	1,9318	1,4142	0,5176

Per le equazioni da E-8 a E-13, ponendo:

$$s = j\omega$$

$$s^2 = -\omega^2$$

$$s^3 = j\omega^3$$

$$s^4 = \omega^4$$

$$s^5 = j\omega^5$$

$$s^6 = -\omega^6$$

Si può dimostrare che la risposta in ampiezza di ogni filtro Butterworth di n^mo ordine può essere espressa in forma di:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{1}{(1 + (\omega)^{2n})^{1/2}} \qquad \text{(E-14)}$$

dove n è l'ordine del filtro. Per esempio, usando l'equazione E-10 (un filtro di 3° ordine),

$$\frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)} = \frac{1}{(s^3 + 2s^2 + 2s + 1)}$$

$$= \frac{1}{(1 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3)}$$

Quindi l'ampiezza è

$$20 \log_{10} \frac{1}{(s+1)(S^2+s+1)} = 20 \log_{10} \frac{1}{[(1-2\omega^2)^2 + (2\omega-\omega^3)^2]^{1/2}}$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{(1 - 4\omega^2 + 4\omega^4 + 4\omega^2 - 4\omega^4 + \omega^6)^{1/2}}$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{(1 + \omega^6)^{1/2}}$$

che è esattamente l'equazione E-14 per $n = 3$

L'AUTORE

HOWARD M. BERLIN è un ingegnere elettronico del Dipartimento dell'Esercito dell'Arsenale di Edgewood, Aberdeen Proving Ground, Maryland ed è anche istruttore aggiunto del Dipartimento di Ingegneria Elettrica all'Università di Delaware.
La sua esperienza è principalmente nel settore della ricerca biomedica ingegneristica e nella strumentazione fisiologica. Ha tenuto parecchi corsi presso l'Arsenale di Edgewood e l'Università di Delaware.
È stato autore di rapporti per il governo americano e di articoli apparsi in parecchie riviste scientifiche e in riviste per appassionati di elettronica. È attualmente membro del Sigma Xi Institute of Electrical and Electronic Engineers, l'Associazione per il progresso nella Strumentazione Medicale, e dell'Accademia di Medicina di Delaware. Come radioamatore può essere chiamato con la sigla K3NEZ.

HOWARD
M. BERLIN

LA PROGETTAZIONE DEI FILTRI ATTIVI

CON ESPERIMENTI

11